UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2003/2004

Februari/Mac 2004

MSG 162 – KAEDAH STATISTIK GUNAAN

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT [4]** soalan dan **TIGA [3]** lampiran di dalam **DUA PULUH [20]** halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA** soalan.

1. (a) (i) Suatu ujikaji hendak dijalankan untuk membandingkan tenaga yang diperlukan bagi tiga aktiviti fizikal iaitu berjalan, berlari dan melompat. Pemboleh ubah yang diminati ialah jumlah kilo kalori diguna perkilometer yang dilalui. Dipercayai terdapat perbezaan metabolik di kalangan individu - individu terlibat yang mungkin memberi kesan ke atas bilangan kalori yang diperlukan. Katakan 7 individu telah dipilih. Terangkan bagaimana suatu reka bentuk blok rawakan lengkap dijalankan bagi ujikaji ini.

(ii) Ujian Hartley memerlukan saiz sampel sama dan tidak peka kepada andaian taburan normal. Betul atau salah? Huraikan.

[25 markah]

(b) Seorang penyelidik merangka untuk menjalankan suatu cubaan pencernaan '*in-vitro*' dalam kelalang yang mesti dimasukkan dengan CO_2 dan mikroorganisma sebelum memasukkan kelalang tersebut ke dalam makmal. Walaupun dikawal dengan rapi dan masa yang diberikan adalah cukup untuk memasukkan CO_2 dan mikroorganisma ke dalam kelalang, kelalang pertama akan menerima mikroorganisma yang panas dan sihat tetapi kelalang yang terkemudian akan menerima mikroorganisma yang kurang aktif.

(i) Katakan terdapat 5 rawatan dan 20 kelalang hendak digunakan secara tertib oleh seorang juru teknologi. Terangkan suatu reka bentuk yang sesuai dan prosedur rawak yang akan dijalankan.

(ii) Andaikan terdapat 25 kelalang. Adakah anda akan mengubah reka bentuk ujikaji anda? Huraikan.

[15 markah]

(c) Sebuah syarikat minyak berminat untuk membandingkan batu pergelen dicapai oleh empat jenis campuran minyak (A, B, C, D). Disebabkan terdapat ubahan yang disebabkan oleh ciri-ciri pemanduan dan model kereta, maka dua punca ubahan ini dimasukkan sebagai pemboleh ubah blok dalam kajian ini. Empat model kereta dan empat pemandu berbeza dipilih. Pemandu dan model kereta diumpukkan kepada campuran berdasarkan reka bentuk segi empat sama Latin.

*Sila lihat **output** 1(c) di lampiran.*

(i) Tuliskan model statistik bagi ujikaji ini.

(ii) Anggarkan parameter-parameter dalam model ini.

(iii) Nyatakan pengujian hipotesis yang akan dijalankan. Jalankan pengujian tersebut dan berikan kesimpulan anda pada $\alpha = 0.05$.

(iv) Berdasarkan output komputer, apakah kesimpulan yang anda boleh buat tentang campuran minyak terbaik?

(v) Adakah andaian kecukupan model ANOVA dipenuhi bagi set data ini? Huraikan berdasar plot-plot yang diberikan.

(vi) Jika kajian seperti ini hendak dijalankan pada masa hadapan, adakah anda akan mencadangkan penggunaan model kereta dan pemandu sebagai pemboleh ubah blok? Terangkan.

[60 markah]

2. (a) Sampel-sampel 5 jenama marjerin dianalisa untuk menentukan aras suatu asid lemak tertentu. Hasilnya adalah seperti berikut :

Jenama					
A	**14.1**	**13.6**	**14.4**		
B	**12.8**	**12.5**	**13.4**	**13.0**	**12.3**
C	**13.5**	**13.4**	**14.1**		
D	**13.2**	**12.7**	**12.6**	**13.9**	
E	**16.8**	**17.2**			

(i) Lengkapkan jadual ANOVA berikut.

Punca	dk	SS	MS
Ralat			0.44
Jumlah		32.18	

(ii) Adakah terdapat bukti kukuh bahawa min aras asid lemak ini tidak sama bagi semua jenama?

(iii) Dapatkan anggaran nilai–$p$nya.

(iv) Kirakan selang keyakinan 99% bagi $\mu_C - \mu_D$.

(v) *Output 2(a)* di lampiran adalah suatu output komputer yang dihasilkan berdasarkan data di atas. Berikan kesimpulan anda.

[35 markah]

(b) Kajian dijalankan untuk membandingkan 5 jenis biskut coklat cip. Antara pemboleh ubah yang diambil kira ialah 'rasa keseluruhan' bagi setiap 8 biskut yang diambil dari setiap 5 jenis biskut ini. Min bagi kelima-kelima jenis biskut ditunjukkan dibawah. Diberi $MS_{(Ralat)} = 0.1152$.

Jenis	I	II	III	IV	V
Min	2.16	2.45	2.91	3.00	2.17

Jenis I : Jenama AB, liat, mahal.
Jenis II : Jenama AB, rapuh, mahal.
Jenis III : Jenama CD, liat, murah.
Jenis IV : Jenama CD, rapuh, murah.
Jenis V : Jenama E, liat, mahal.

(i) Pertimbangkan kontras { -2, 3, -2, 3, -2}. Apakah hipotesis (dalam perkataan) yang diuji oleh kontras ini?

(ii) Adakah terdapat bukti bahawa nilai dijangka bagi kontras ini ialah sifar?

(iii) Dapatkan satu lagi kontras yang berortogon dengan kontras di bahagian (i).

[25 markah]

(c) Kajian dijalankan untuk menentukan kesan aras air (AIR) dan jenis pokok (JENISP) ke atas keseluruhan panjang batang pokok kacang. Tiga aras air dan dua jenis pokok digunakan. Lapan belas pokok tidak berdaun diambil untuk kajian ini. Pokok-pokok ini dibahagikan secara rawak ke dalam tiga kumpulan kecil dan aras air ditentukan secara rawak kepada tiga kumpulan ini. Data (dalam sentimeter) yang diperolehi adalah seperti ditunjukkan dalam jadual di bawah.

Aras air

Jenis Pokok	Rendah	Sederhana	Tinggi
Tidak berdaun	69.0	96.1	121.0
	71.3	102.3	122.9
	73.2	107.5	123.1
	75.1	103.6	125.7
	74.4	100.6	125.2
	75.0	101.8	120.1
Berdaun	71.1	81.0	101.1
	69.2	85.8	103.2
	70.4	86.0	106.1
	73.2	87.5	109.7
	71.4	88.1	109.0
	70.9	87.6	106.9

$$SS_{AIR} = 10842.00$$
$$SS_{JENISP} = 1225.00$$
$$SS_{AIR*JENISP} = 422.00$$
$$SS_{JUMLAH} = 12710.42$$

(i) Nyatakan pengujian hipotesis yang akan dijalankan.

(ii) Bina jadual ANOVA dan beri kesimpulan pada $\alpha = .05$.

(iii) Lukiskan graf-graf yang sesuai untuk menerangkan tentang kehadiran atau ketidakhadiran saling tindaknya.

(iv) Jalankan ujian julat berganda Duncan ke atas aras-aras air pada $\alpha = .05$.

(v) Dapatkan $\hat{y}_{123}$, $\hat{y}_{213}$, e_{123}, dan e_{213}.

[40 markah]

3.(a) Suatu kajian tentang kesan kekurangan kalsium dan natrium atas aktiviti itik dijalankan. Itik yang kekurangan kedua-dua mineral ini akan menunjukkan peningkatan dalam bilangan patukannya. Jadual berikut memberikan bilangan patukan untuk setiap daripada 17 ekor itik yang telah diberi makanan berkhasiat tetapi dengan kandungan kalsium dan natrium yang rendah selama 22 hari. Jadual yang sama juga memberikan bilangan patukan untuk setiap daripada 15 ekor itik lain yang telah diberi makanan biasa yang mengandungi kandungan kalsium dan natrium yang mencukupi.

	Bilangan patukan
Itik yang kekurangan kalsium dan natrium	0 0 0 2 17 58 67 67 68 74 79 85 92 95 97 150 181
Itik dengan kalsium dan natrium yang mencukupi	0 0 0 0 0 8 13 13 20 33 34 57 60 64 78

Dengan menggunakan aras keertian, α = 0.05, bolehkah kita menyimpulkan daripada data ini bahawa median untuk dua populasi itu adalah berbeza?

[25 markah]

(b) Seorang doktor berminat untuk menguji sama ada pemberian sejenis ubat kepada pesakit boleh mengurangkan kesan tertentu di kalangan pesakit yang menjalani pembedahan. 20 pesakit telah dipilih untuk kajian tersebut. 11 daripadanya diberi ubat tersebut manakala 9 yang lain tidak. Data diringkaskan dalam jadual berikut. Ujikan hipotesis ini dengan menggunakan ujian tepat Fisher pada aras keertian, α = 0.05.

	Ada kesan	Tiada kesan	Jumlah
Diberi ubat	4	7	11
Tanpa ubat	4	5	9
Jumlah	8	12	20

[25 markah]

(c) Suatu kelas yang terdiri daripada 40 pelajar telah dipilih untuk suatu tinjauan. Pelajar-pelajar ini diajar suatu topik tertentu dengan kaedah pengajaran tradisional dan ditanya sama ada mereka memahami topik tersebut. 40 pelajar itu kemudiannya diajar topik yang sama tetapi dengan menggunakan kaedah pengajaran yang baru dan ditanya sama ada mereka memahami topik berkenaan. Data tinjauan diberikan dalam jadual berikut.

		Kaedah pengajaran baru		
		Faham	Tidak faham	Jumlah
Kaedah pengajaran tradisional	Faham	22	14	36
	Tidak faham	7	7	14
	Jumlah	29	21	50

Berdasarkan data ini, adakah kedua-dua kaedah ini mempunyai perbezaan yang bererti? Gunakan aras keertian, $\alpha = 0.05$.

[25 markah]

(d) Jadual berikut menunjukkan bilangan kilang yang membeli premium insurans daripada sebuah syarikat insurans tertentu. Adakah data ini menunjukkan suatu haluan (tren) yang menurun? Gunakan aras keertian, $\alpha = 0.05$. Apakah nilai-p?

Tahun	Bilangan kilang yang membeli premium insurans	Tahun	Bilangan kilang yang membeli premium insurans
1948	19,479	1961	15,375
1949	26,667	1962	21,312
1950	63,969	1963	26,526
1951	57,715	1964	24,865
1952	38,086	1965	21,152
1953	38,434	1966	23,458
1954	24,196	1967	25,774
1955	19,319	1968	32,646
1956	29,975	1969	31,786
1957	25,451	1970	24,821
1958	20,410	1971	19,593
1959	19,910	1972	14,960
1960	15,628		

[25 markah]

4.(a) Suatu syarikat kain ingin membandingkan keberkesanan empat jenis kaedah berlainan untuk menjadikan kain keluarannya kalis air. Enam jenis kain yang berlainan telah digunakan. Selepas kesemua kain tersebut diproses oleh empat jenis kaedah itu, kain-kain tersebut diuji tahap kalis air masing-masing. Biarkan nilai 0 mewakili tahap kalis air yang tidak memuaskan manakala nilai 1 mewakili tahap kalis air yang memuaskan. Adakah data yang diberikan di bawah menunjukkan bahawa terdapat perbezaan yang bererti antara empat jenis kaedah tersebut pada aras keertian, $\alpha = 0.05$?

Kain	Kaedah			
	A	B	C	D
I	1	1	0	0
II	1	1	0	1
III	1	0	0	0
IV	1	1	1	0
V	1	1	0	1
VI	1	1	0	1

[25 markah]

(b) Suatu kajian yang dijalankan memberikan data berikut. Bolehkah kita menyimpulkan bahawa rawatan yang diberikan merendahkan indeks strok di kalangan pesakit-pesakit? Gunakan aras keertian, $\alpha = 0.05$. Selesaikan soalan ini dengan menggunakan ujian pangkat bertanda Wilcoxon (data match-pairs).

Pesakit	1	2	3	4	5	6	7	8
Sebelum rawatan (X)	103	57	53	57	68	72	51	65
Selepas Rawatan (Y)	50	44	55	40	62	46	49	41

[25 markah]

(c) Seorang penjual minuman menjual minumannya dalam bungkusan yang besar (B) dan kecil (K). Pada suatu hari tertentu, 40 jualannya yang pertama adalah seperti berikut:

K K B B B K B K K K B B K K B B B K B B
B B B K K K B B K B B K K K B K B K K K

Adakah jujukan ini rawak? Gunakan aras keertian, $\alpha = 0.05$.

[25 markah]

(d) Data dalam jadual dibawah mewakili amaun makanan (dalam gram) yang dimakan oleh 8 ekor tikus selepas 0, 24 dan 72 jam ketiadaan makanan. Adakah terdapat perbezaan yang bererti antara kesan ketiadaan makanan pada tiga tahap masa tersebut? Gunakan ujian Friedman dengan aras keertian, $\alpha = 0.05$.

	Bilangan jam ketiadaan makanan		
Tikus	0	24	72
1	3.5	5.9	13.9
2	3.7	8.1	12.6
3	1.6	8.1	8.1
4	2.5	8.6	6.8
5	2.8	8.1	14.3
6	2.0	5.9	4.2
7	5.9	9.5	14.5
8	2.5	7.9	7.9

[25 markah]

-ooo000ooo-

LAMPIRAN 1 : OUTPUT-OUTPUT

OUTPUT 1 (c)

Descriptive Statistics
Dependent Variable: GELEN

PEMANDU	MODEL	CAMPURAN	Mean	Std. Deviation
1	1	A	15.5000	.
	2	B	33.8000	.
	3	C	13.7000	.
	4	D	29.2000	.
		Total	23.0500	9.96343
2	1	B	16.3000	.
	2	C	26.4000	.
	3	D	19.1000	.
	4	A	22.5000	.
		Total	21.0750	4.36224
3	1	C	10.5000	.
	2	D	31.5000	.
	3	A	17.5000	.
	4	B	30.1000	.
		Total	22.4000	10.12785
4	1	D	14.0000	.
	2	A	34.5000	.
	3	B	19.7000	.
	4	C	21.6000	.
		Total	22.4500	8.65814
	1		14.0750	2.56694
	2		31.5500	3.66470
	3		17.5000	2.69815
	4		25.8500	4.41852
		A	22.5000	8.52447
		B	24.9750	8.31119
		C	18.0500	7.26292
		D	23.4500	8.28835

Tests of Between-Subjects Effects
Dependent Variable: GELEN

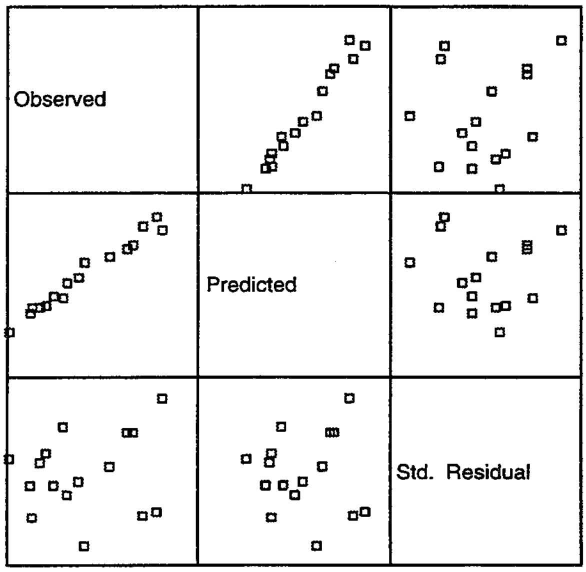
Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	869.976	9	96.664	22.425	.001
Intercept	7916.551	1	7916.551	1836.520	.000
PEMANDU	8.332	3	2.777	.644	.614
MODEL	755.372	3	251.791	58.412	.000
CAMPURAN	106.272	3	35.424	8.218	.015
Error	25.864	6	4.311		
Total	8812.390	16			
Corrected Total	895.839	15			

GELEN

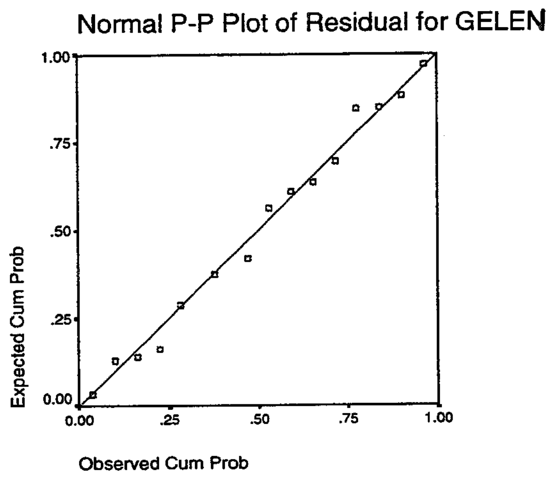
	CAMPURAN	N	Subset 1	Subset 2
Student-Newman-Keuls	C	4	18.0500	
	A	4		22.5000
	D	4		23.4500
	B	4		24.9750
	Sig.		1.000	.285
Duncan	C	4	18.0500	
	A	4		22.5000
	D	4		23.4500
	B	4		24.9750
	Sig.		1.000	.154

Means for groups in homogeneous subsets are displayed. Based on Type III Sum of Squares
The error term is Mean Square(Error) = 4.311.
a Uses Harmonic Mean Sample Size = 4.000.
b Alpha = .05.

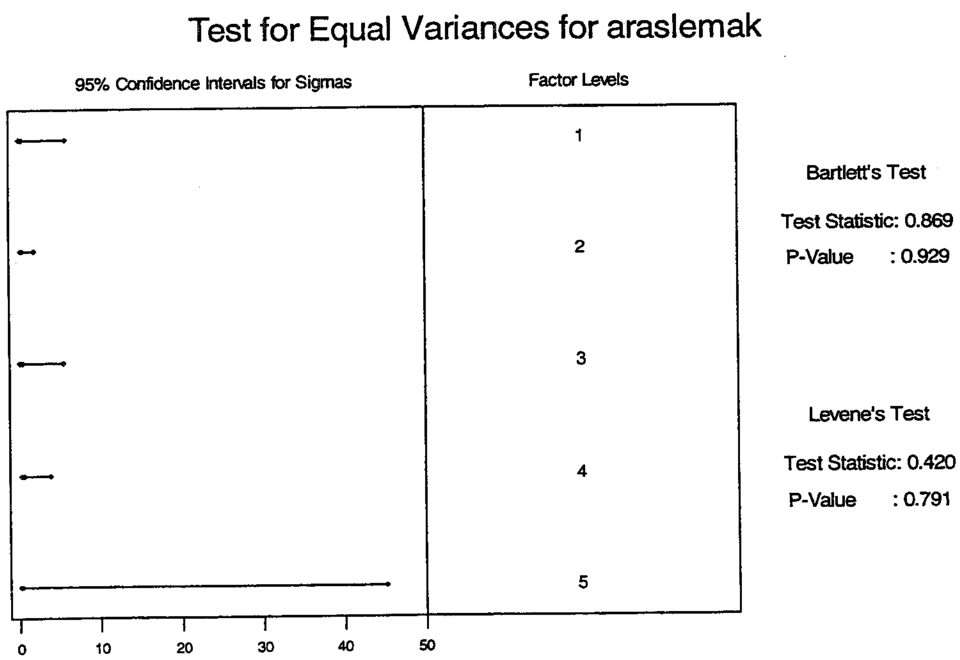
Dependent Variable: GELEN



Model: Intercept + PEMANDU + MODEL + CAMPURAN


Normal P-P Plot of Residual for GELEN
Expected Cum Prob
Observed Cum Prob
1.00
.75
.50
.25
0.00
0.00
.25
.50
.75
1.00

OUTPUT 2 (a)


Test for Equal Variances for araslemak
95% Confidence Intervals for Sigmas
Factor Levels
1
2
3
4
5
0
10
20
30
40
50
Bartlett's Test
Test Statistic: 0.869
P-Value : 0.929
Levene's Test
Test Statistic: 0.420
P-Value : 0.791

LAMPIRAN 2 : RUMUS-RUMUS

Kontras

$$C = \sum_{i=1}^{a} c_i y_i$$

$$SS_C = \frac{\left(\sum_{i=1}^{a} c_i y_i\right)^2}{\sum_{i=1}^{a} n_i c_i^{\,2}}$$

Ujian julat berganda Duncan

$$R_p = r_\alpha(p, f) S_{\bar{y}_{i.}} \quad \text{dimana } S_{\bar{y}_{i.}} = \sqrt{\frac{MSE}{n}}$$

LAMPIRAN 3 : JADUAL-JADUAL

Julat Bererti bagi Ujian Julat Berganda Duncan

$r_{05}(p, f)$

	p											
f	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	50	100
1	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0
2	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09
3	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50
4	3.93	4.01	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02
5	3.64	3.74	3.79	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83
6	3.46	3.58	3.64	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68
7	3.35	3.47	3.54	3.58	3.60	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61
8	3.26	3.39	3.47	3.52	3.55	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56
9	3.20	3.34	3.41	3.47	3.50	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52
10	3.15	3.30	3.37	3.43	3.46	3.47	3.47	3.47	3.47	3.48	3.48	3.48
11	3.11	3.27	3.35	3.39	3.43	3.44	3.45	3.46	3.46	3.48	3.48	3.48
12	3.08	3.23	3.33	3.36	3.40	3.42	3.44	3.44	3.46	3.48	3.48	3.48
13	3.06	3.21	3.30	3.35	3.38	3.41	3.42	3.44	3.45	3.47	3.47	3.47
14	3.03	3.18	3.27	3.33	3.37	3.39	3.41	3.42	3.44	3.47	3.47	3.47
15	3.01	3.16	3.25	3.31	3.36	3.38	3.40	3.42	3.43	3.47	3.47	3.47
16	3.00	3.15	3.23	3.30	3.34	3.37	3.39	3.41	3.43	3.47	3.47	3.47
17	2.98	3.13	3.22	3.28	3.33	3.36	3.38	3.40	3.42	3.47	3.47	3.47
18	2.97	3.12	3.21	3.27	3.32	3.35	3.37	3.39	3.41	3.47	3.47	3.47
19	2.96	3.11	3.19	3.26	3.31	3.35	3.37	3.39	3.41	3.47	3.47	3.47
20	2.95	3.10	3.18	3.25	3.30	3.34	3.36	3.38	3.40	3.47	3.47	3.47
30	2.89	3.04	3.12	3.20	2.25	3.29	3.32	3.35	3.37	3.47	3.47	3.47
40	2.86	3.01	3.10	3.17	3.22	3.27	3.30	3.33	3.35	3.47	3.47	3.47
60	3.83	2.89	3.08	3.14	3.20	3.24	3.28	3.31	3.33	3.47	3.48	3.48
100	2.80	2.95	3.05	3.12	3.18	3.22	3.26	3.29	3.32	3.47	3.53	3.53
∞	2.77	2.92	3.02	3.09	3.15	3.19	3.23	3.26	3.29	3.47	3.61	3.67

f = darjah kebebasan

$N-n$	n	2.5%/0.5%/0.05% (One-sided) 5%/1%/0.1% (Two-sided)
0	4–8	7/ 9/13
	9–21	7/10/13
	22–24	7/10/14
	25–	8/10/14
1	3–4	7/—/—
	5–6	7/ 9/—
	7	7/ 9/13
	8–20	7/10/13
	21–23	7/10/14
	24	8/10/14
2	3–4	7/ 9/—
	5	7/10/—
	6–18	7/10/13
	19–21	7/10/14
	22–	8/10/14
3	3–5	7/10/—
	6–14	7/10/13
	15–17	7/10/14
	18–	8/10/4
4	3	8/—/—
	4–7	8/10/13
	8–	8/10/14
5	3–4	9/11/—
	5–6	8/11/14
	7–	8/10/14
6	3–4	9/11/—
	5–11	8/11/14
	12–	8/10/14
7	3–4	9/12/—
	5	9/12/15
	6–8	8/11/15
	9–17	8/11/14
	18–	8/10/4
8	3	10/13/—
	4	9/12/—
	5–6	9/12/15
	7–14	8/11/15
	15–24	8/11/14
	25–	8/10/14
9	3	10/13/—
	4	10/13/16
	5–7	9/12/16
	8	8/12/15
	9–18	8/11/15
	19–31	8/11/14
	32–	8/10/14
10	3	11/14/—
	4	10/13/17
	5	9/13/17
	6–	9/13/16
	7–9	9/12/16
	10	8/12/15
	11–22	8/11/15
	23–42	8/11/14
	43–	8/10/14
11	2	12/—/—
	3	11/15/—
	4	10/14/18
	5	10/13/17
	6–7	9/12/17
	8–10	9/12/16
	11–12	8/12/16
	13–19	8/11/15
12	2	12/—/—
	3	12/15/—
	4	11/15/18
	5	10/14/18
	6	10/13/17
	7–8	9/12/17
	9–10	9/12/16
	11–13	8/12/16
	14	8/11/16
	15–18	8/11/15
13	2	13/—/—
	3	12/16/—
	4	11/15/19
	5–6	10/14/18
	7	9/13/18

Source: John W. Tukey, "A Quick, Compact, Two-Sample Test to Duckworth's Specifications," *Technometrics*, 1 (1959), 31–48

Entries in this table are critical values of the Tukey quick test statistic T_1 and T_2 for $\alpha = 0.025$, 0.005, and 0.0005 for one-sided tests, and T for $\alpha = 0.05$, 0.01, and 0.001 for a two-sided test. Let n = size of the smaller of two independent samples and N = size of the larger, and reject H_0 if the computed value of the test statistic is greater than or equal to the critical value corresponding to n, N, and desired α. Because of the discrete nature of the test statistics, use of this table yields actual levels of significance that are smaller than or equal to stated levels.

For sample sizes outside the range of this table, use the approximation

$$P(T \geq h) \approx \frac{2\lambda}{\lambda^2 - 1}\left(\frac{\lambda}{\lambda + 1}\right)^h$$

where $\lambda = N/n$ for the two-sided test and half that probability applies for a one-sided test.

...16/-

$N-n$	n	2.5%/0.5%/0.05% (One-sided) 5%/1%/0.1% (Two-sided)
13	8–9	9/13/17
	10	9/12/17
	11	9/12/16
	12–15	8/12/16
	16–17	8/11/16
14	2	13/—/—
	3	13/17/—
	4	11/16/19
	5	11/15/19
	6	10/14/19
	7	10/14/18
	8	9/13/18
	9–10	9/13/17
	11–12	9/12/17
	13	9/12/16
	14–16	8/12/16
15	2	14/—/—
	3	13/18/—
	4	12/16/20
	5	11/15/20
	6	10/15/19
	7	10/14/19
	8	10/14/18
	9	9/13/18
	10–11	9/13/17
	12–13	9/12/17
	14	9/12/16
	15	8/12/16
16	2	16/—/—
	3	13/18/—
	4	12/17/—
	5	11/16/20
	6	10/15/20
	7–8	10/14/19
	9	9/14/18
	10–11	9/13/18
	12	9/13/17
	13–14	9/12/17
17	2	16/—/—
	3	14/19/—
	4	12/18/—
	5	11/16/21
	6	11/16/20
	7	10/15/20
	8–9	10/14/19
	10–12	9/13/18
	13	9/13/17
18	2	17/—/—
	3	14/20/—
	4	13/18/—
	5	11/17/22
	6	11/16/21
	7–8	10/15/20
	9	10/14/19
	10	9/14/19
	11–12	9/13/18
19	2	17/—/—
	3	14/20/—
	4	13/19/23
	5	12/17/22
	6	11/16/22
	7	11/16/21
	8	10/15/20
	9	10/14/20
	10	10/14/19
	11	9/14/19
20	2	18/—/—
	3	15/21/—
	4	13/19/24
	5	12/18/23
	6	11/17/22
	7	11/16/24
	8	10/15/21
	9	10/15/20
	10	10/14/20

Table 7 QUANTILES OF THE WILCOXON SIGNED RANKS TEST STATISTIC[a]

	$w_{.005}$	$w_{.01}$	$w_{.025}$	$w_{.05}$	$w_{.10}$	$w_{.20}$	$w_{.30}$	$w_{.40}$	$w_{.50}$	$\frac{n(n+1)}{2}$
$n = 4$	0	0	0	0	1	3	3	4	5	10
5	0	0	0	1	3	4	5	6	7.5	15
6	0	0	1	3	4	6	8	9	10.5	21
7	0	1	3	4	6	9	11	12	14	28
8	1	2	4	6	9	12	14	16	18	36
9	2	4	6	9	11	15	18	20	22.5	45
10	4	6	9	11	15	19	22	25	27.5	55
11	6	8	11	14	16	23	27	30	33	66
12	8	10	14	18	22	28	32	36	39	78
13	10	13	18	22	27	33	38	42	45.5	91
14	13	16	22	26	32	39	44	48	52.5	105
15	16	20	26	31	37	45	51	55	60	120
16	20	24	30	36	43	51	58	63	68	136
17	24	28	35	42	49	58	65	71	76.5	153
18	28	33	41	48	56	66	73	80	85.5	171
19	33	38	47	54	63	74	82	89	95	190
20	38	44	53	61	70	82	91	98	105	210

For n larger than 20, the pth quantile w_p of the Wilcoxon signed ranks test statistic may be approximated by $w_p = [n(n+1)/4] + z_p\sqrt{n(n+1)(2n+1)/24}$, where z_p is the pth quantile of a standard normal random variable, obtained from Table 1.

SOURCE. Adapted from Table 1, McCornack (1965).

[a] The entries in this table are quantiles w_p of the Wilcoxon signed ranks test statistic T, given by Equation (5.1.4), for selected values of $p \le .50$. Quantiles w_p for $p > .50$ may be computed from the equation

$$w_p = n(n+1)/2 - w_{1-p}$$

where $n(n+1)/2$ is given in the right hand column in the table. Note that $P(T < w_p) \le p$ and $P(T > w_p) \le 1 - p$ if H_0 is true. Critical regions correspond to values of T less than (or greater than) but not including the appropriate quantile.

$T < \ldots$, $T > \ldots$ tetapi tiada $T \le \ldots$, $T \ge \ldots$

$N_1 < N_2$

Table 23 QUANTILES OF THE WALD-WOLFOWITZ' TOTAL NUMBER OF RUNS STATISTIC[a]

N_1	N_2	$w_{.005}$	$w_{.01}$	$w_{.025}$	$w_{.05}$	$w_{.10}$	$w_{.90}$	$w_{.95}$	$w_{.975}$	$w_{.99}$	$w_{.995}$
2	5	—	—	—	—	3	—	—	—	—	—
	8	—	—	—	3	3	—	—	—	—	—
	11	—	—	—	3	3	—	—	—	—	—
	14	—	—	3	3	3	—	—	—	—	—
	17	—	—	3	3	3	—	—	—	—	—
	20	—	3	3	3	4	—	—	—	—	—
5	5	—	3	3	4	4	8	8	9	9	—
	8	3	3	4	4	5	9	10	10	—	—
	11	4	4	5	5	6	10	—	—	—	—
	14	4	4	5	6	6	—	—	—	—	—
	17	[illegible]	5	5	6	7	—			—	—
	20	5	5	6	6	7	—	—	—	—	—
8	8	4	5	5	6	6	12	12	13	13	14
	11	5	6	6	7	8	13	14	14	15	15
	14	6	6	7	8	8	14	15	15	16	16
	17	6	7	8	8	9	15	15	16	—	—
	20	7	7	8	9	10	15	16	16	—	—
11	11	6	7	8	8	9	15	16	16	17	18
	14	7	8	9	9	10	16	17	18	19	19
	17	8	9	10	10	11	17	18	19	20	21
	20	9	9	10	11	12	18	19	20	21	21
14	14	8	9	10	11	12	18	19	20	21	22
	17	9	10	11	12	13	20	21	22	23	23
	20	10	11	12	13	14	21	22	23	24	24
17	17	11	11	12	13	14	22	23	24	25	25
	20	12	12	14	14	16	23	24	25	26	27
20	20	13	14	15	16	17	25	26	27	28	29

For n or m greater than 20, the quantile w_p of T may be approximated by

$$w_p = \frac{2nm}{m+n} + 1 + x_p\sqrt{\frac{2mn(2mn - m - n)}{(m+n)^2(m+n-1)}}$$

where x_p is the p quantile of a standard normal random variable, obtained from Table 1.

SOURCE. Adapted from Swed and Eisenhart (1943). ..19/-

[a] The entries in this table are quantiles w_p of the Wald-Wolfowitz test statistic T. To enter the table let N_1 be the smaller sample size and N_2 the larger. If the exact values of N_1 and N_2 are not listed above, use the nearest values given as an approximation. This approximation will be exact in most cases. Reject H_0 at the level α if T is less than w_α (or greater than $w_{1-\alpha}$) for the one-tailed test, or, in the two-tailed test, if either $T < w_{\alpha/2}$ or $T > w_{1-\alpha/2}$. The test statistic is discrete, so the exact α will be less than or equal to the apparent α used in the test. For sample sizes greater than 20, the normal approximation given at the end of

Table A.15(a) Exact distribution of χ_r^2 for tables with two to nine sets of three ranks ($k=3$; $n=2,3,4,5,6,7,8,9$)

p is the probability of obtaining a value of χ_r^2 as great as or greater than the corresponding value of χ^2.

$n=2$		$n=3$		$n=4$		$n=5$	
χ_r^2	p	χ_r^2	p	χ_r^2	p	χ_r^2	p
0	1.000	0.000	1.000	0.0	1.000	0.0	1.000
1	0.833	0.667	0.944	0.5	0.931	0.4	0.954
3	0.500	2.000	0.528	1.5	0.653	1.2	0.691
4	0.167	2.667	0.361	2.0	0.431	1.6	0.522
		4.667	0.194	3.5	0.273	2.8	0.367
		6.000	0.028	4.5	0.125	3.6	0.182
				6.0	0.069	4.8	0.124
				6.5	0.042	5.2	0.093
				8.0	0.0046	6.4	0.039
						7.6	0.024
						8.4	0.0085
						10.0	0.00077

$n=6$		$n=7$		$n=8$		$n=9$	
χ_r^2	p	χ_r^2	p	χ_r^2	p	χ_r^2	p
0.00	1.000	0.000	1.000	0.00	1.000	0.000	1.000
0.33	0.956	0.286	0.964	0.25	0.967	0.222	0.971
1.00	0.740	0.857	0.768	0.75	0.794	0.667	0.814
1.33	0.570	1.143	0.620	1.00	0.654	0.889	0.865
2.33	0.430	2.000	0.486	1.75	0.531	1.556	0.569
3.00	0.252	2.571	0.305	2.25	0.355	2.000	0.398
4.00	0.184	3.429	0.237	3.00	0.285	2.667	0.328
4.33	0.142	3.714	0.192	3.25	0.236	2.889	0.278
5.33	0.072	4.571	0.112	4.00	0.149	3.556	0.187
6.33	0.052	5.429	0.085	4.75	0.120	4.222	0.154
7.00	0.029	6.000	0.052	5.25	0.079	4.667	0.107
8.33	0.012	7.143	0.027	6.25	0.047	5.556	0.069
9.00	0.0081	7.714	0.021	6.75	0.038	6.000	0.057
9.33	0.0055	8.000	0.016	7.00	0.030	6.222	0.048
10.33	0.0017	8.857	0.0084	7.75	0.018	6.889	0.031
12.00	0.00013	10.286	0.0036	9.00	0.0099	8.000	0.019
		10.571	0.0027	9.25	0.0080	8.222	0.016
		11.143	0.0012	9.75	0.0048	8.667	0.010
		12.286	0.00032	10.75	0.0024	9.556	0.0060
		14.000	0.000021	12.00	0.0011	10.667	0.0035
				12.25	0.00086	10.889	0.0029
				13.00	0.00026	11.556	0.0013
				14.25	0.000061	12.667	0.00066
				16.00	0.0000036	13.556	0.00035
						14.000	0.00020
						14.222	0.000097
						14.889	0.000054
						16.222	0.000011
						18.000	0.0000006

...20/-

Source: M. Friedman, "The Use of Ranks to Avoid the Assumption of Normality Implicit in the Analysis of Variance," *J. Amer. Statist. Assoc.*. 32 (1937) 675–701

Table A.15(b) Exact distribution of χ_r^2 for tables with two to four sets of four ranks $(k=4;\ n=2,3,4)$

p is the probability of obtaining a value of χ_r^2 as great as or greater than the corresponding value of χ_r^2.

$n = 2$		$n = 3$		$n = 4$			
χ_r^2	p	χ_r^2	p	χ_r^2	p	χ_r^2	p
0.0	1.000	0.2	1.000	0.0	1.000	5.7	0.141
0.6	0.958	0.6	0.958	0.3	0.992	6.0	0.105
1.2	0.834	1.0	0.910	0.6	0.928	6.3	0.094
1.8	0.792	1.8	0.727	0.9	0.900	6.6	0.077
2.4	0.625	2.2	0.608	1.2	0.800	6.9	0.068
3.0	0.542	2.6	0.524	1.5	0.754	7.2	0.054
3.6	0.458	3.4	0.446	1.8	0.677	7.5	0.052
4.2	0.375	3.8	0.342	2.1	0.649	7.8	0.036
4.8	0.208	4.2	0.300	2.4	0.524	8.1	0.033
5.4	0.167	5.0	0.207	2.7	0.508	8.4	0.019
6.0	0.042	5.4	0.175	3.0	0.432	8.7	0.014
		5.8	0.148	3.3	0.389	9.3	0.012
		6.6	0.075	3.6	0.355	9.6	0.0069
		7.0	0.054	3.9	0.324	9.9	0.0062
		7.4	0.033	4.5	0.242	10.2	0.0027
		8.2	0.017	4.8	0.200	10.8	0.0016
		9.0	0.0017	5.1	0.190	11.1	0.00094
				5.4	0.158	12.0	0.000072