UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperıksaan Semester Kedua
Sıdang Akademık 2004/2005

Februarı - Mac 2005

ZCT 304/3 - Keelektrikan dan Kemagnetan

Masa 3 jam

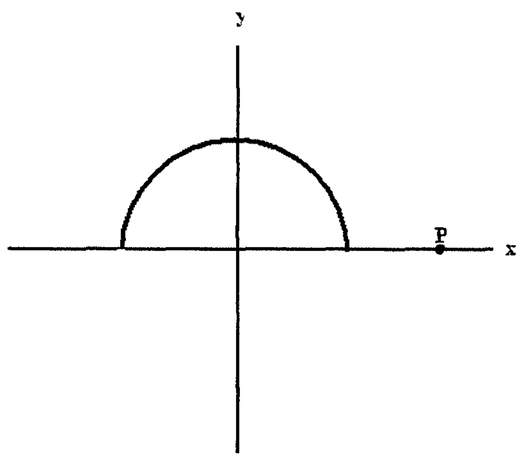
Sıla pastıkan bahawa kertas peperıksaan ını mengandungı **LAPAN** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperıksaan ını

Jawab **ENAM** soalan **TIGA** darı Bahagıan A dan **TIGA** darı Bahagıan B Kesemuanya wajıb dıjawab dalam Bahasa Malaysıa

BAHAGIAN A

1 Pertımbangkan konfigurası garısan berbentuk separuh bulatan dengan jejarı R sepertı dıtunjukkan oleh Rajah 1 Ia mempunyaı ketumpatan cas garısan λ Coul m^{-1}

Carı $\vec{E}$ dı tıtık P dengan menggunakan kordınat sılınderan Jarak tıtık P darı tıtık asalan adalah l



Rajah 1

(100/100)

2 Pertımbangkan dua sılınder konduktor berdındıng nıpıs yang sepusat Jejarınya adalah a dan b ($b > a$) Sılınder bahagıan dalam mempunyaı keupayaan $V=V_a$ dan bahagıan luar $V=V_b$ Ruang dı antara kedua sılınder mengandungı cas dı mana ketumpatannya adalah $\rho=k/r$ (k adalah pemalar) Dapatkan keupayaan elektrık, $V(r)$, dı ruang antara sılınder dan hıtungkan ketumpatan permukaan cas bebas dı setıap sılınder

(100/100)

3 (a) Tulıskan hukum Gauss dalam bentuk kamıran Dengan satu ayat sahaja, terangkan apa yang dımaksudkan oleh hukum ını Kemudıan terbıtkan hukum ını dalam bentuk pembezaan

(30/100)

(b) Satu sılınder dıelektrık yang panjang berjejarı a mengandungı ketumpatan cas bebas $\rho_f= r/\alpha$ dı mana α adalah pemalar Dapatkan medan elektrık dı kawasan $r \leq a$ dan $r \geq a$ Gunakan hukum Gauss

(70/100)

4 Suatu sfera dielektrik berjejari R telah terkutub dengan vektor pengkutuban $\vec{P} = \left(K/\ r^{\alpha-1}\right)\hat{r}$. $\hat{r}$ merupakan vektor unit jejarian

(a) Hitung ketumpatan isipadu cas terikat, ρ_b, dan ketumpatan permukaan cas terikat, σ_b

(b) Tunjukkan bahawa jumlah cas terikat adalah sifar

(c) Jika pemalar dielektrik bagi bahan dielektrik ini adalah $\varepsilon_r = \eta$, dapatkan vektor sesaran di bahagian dalam sfera Kemudian, dengan menggunakan hukum Gauss bagi dielektrik, hitung ketumpatan isipadu cas bebas, ρ_f, yang terdapat di dalam sfera tersebut

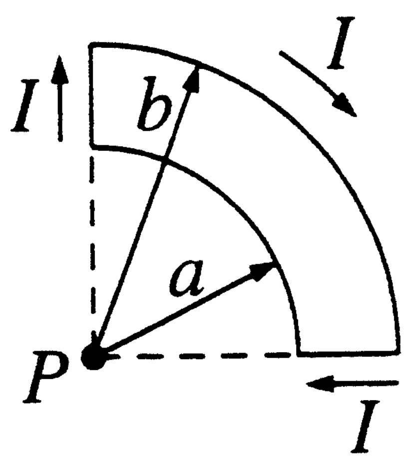
(100/100)

BAHAGIAN B

5 (a) Tunjukkan apakah yang dimaksudkan dengan ketumpatan arus permukaan, **K**, dan ketumpatan arus isipadu, **J** Tuliskan hukum Biot-Savart untuk menghitung medan magnet, **B**, yang dihasilkan oleh (i) dawai konduktor yang membawa arus I, (ii) konduktor yang membawa arus ketumpatan, dan (iii) konduktor yang membawa arus isipadu

(30/100)

(b) Pertimbangkan konfigurasi dawai halus yang membawa arus I seperti yang ditunjukkan oleh Rajah 2 di bawah Dengan menggunakan hukum Biot-Savart, hitung medan magnet **B** yang terhasil di titik P



Rajah 2

(70/100)

6 (a) Tuliskan hukum Ampere bagi medan magnet **B** dan bagi vektor keupayaan magnet, **A** Apakah kaitan di antara **B** dan **A**?

(30/100)

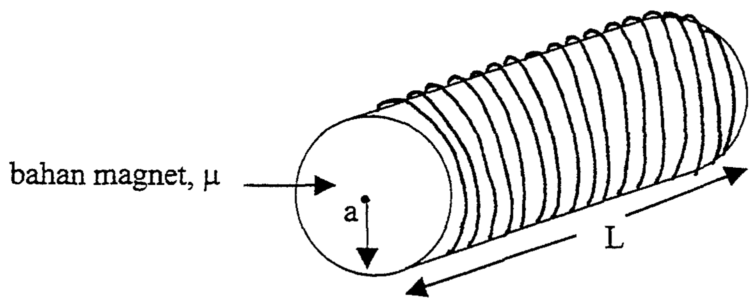
(b) Satu toroid mempunyai 1000 lilitan dan membawa arus I Keratan rentasnya berbentuk segi empat dengan ketinggian h dan jejari bahagian dalam a dan bahagian luar b Dengan menggunakan hukum Ampere, dapatkan (i) medan magnet **B** yang terhasil di bahagian dalam ($a < r < b$) toroid, dan (ii) vektor keupayaan magnet **A** di bahagian dalam ($a < r < b$) dan luar ($r > b$) toroid

(70/100)

7 (a) Buktikan bahawa medan magnet yang dihasilkan oleh satu solenoid unggul adalah $B_z = \mu_0 nI$ di mana n adalah bilangan lilitan per meter

(30/100)

(b) Satu solenoid sepanjang L dengan bilangan lilitan N dan berjejari a mengandungi bahan magnet dengan pemalar ketelapan magnet μ_l di bahagian dalamnya Lihat Rajah 3



Rajah 3

(i) Dapatkan vektor keupayaan magnet **A** di bahagian dalam dan luar solenoid $r < a$ dan $r \geq a$

(ii) Cari **M**, $\vec{\lambda}_e$ dan $\vec{J}_e$ di ruang bahan magnet

(70/100)

8 (a) Tulis keempat-empat persamaan Maxwell dalam bentuk pembezaan bagi vakum Kemudian terbitkan persamaan gelombang elektromagnet di dalam vakum dalam ungkapan **E**

(40/100)

(b) Jika medan elektrik bagi satu jenis gelombang elektromagnet adalah

$$\mathbf{E} = E_0(a\,\hat{x} + ib\,\hat{y})\,e^{-i\omega t + ikz}$$

di mana E_0, a dan b adalah pemalar ω adalah frekuensi sudut gelombang dan k adalah nombor gelombang Dengan menggunakan persamaan Maxwell dapatkan medan magnet sepadan dengan medan elektrik di atas yang mampu dibawa oleh gelombang ini

(40/100)

(c) Cari vektor Poynting **S** bagi rambatan gelombang yang diberikan dalam bahagian (b)

(20/100)

Vector Derivatives

Cartesian Coordinates

$$d\boldsymbol{\ell} = \hat{\mathbf{i}}\,dx + \hat{\mathbf{j}}\,dy + \hat{\mathbf{k}}\,dz \qquad dV = dx\,dy\,dz$$

$$\nabla f = \hat{\mathbf{i}}\frac{\partial f}{\partial x} + \hat{\mathbf{j}}\frac{\partial f}{\partial y} + \hat{\mathbf{k}}\frac{\partial f}{\partial z}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \hat{\mathbf{i}}\left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right) + \hat{\mathbf{j}}\left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right) + \hat{\mathbf{k}}\left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right)$$

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

Cylindrical Coordinates

$$d\boldsymbol{\ell} = \hat{\mathbf{r}}\,dr + \hat{\boldsymbol{\phi}}\,r\,d\phi + \hat{\mathbf{k}}\,dz \qquad dV = r\,dr\,d\phi\,dz$$

$$\nabla f = \hat{\mathbf{r}}\frac{\partial f}{\partial r} + \hat{\boldsymbol{\phi}}\frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \phi} + \hat{\mathbf{k}}\frac{\partial f}{\partial z}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \hat{\mathbf{r}}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z}\right) + \hat{\boldsymbol{\phi}}\left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}\right) + \hat{\mathbf{k}}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_\phi) - \frac{1}{r}\frac{\partial A_r}{\partial \phi}\right]$$

$$\nabla^2 f = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial f}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

Spherical Coordinates

$$d\boldsymbol{\ell} = \hat{\mathbf{r}}\,dr + \hat{\boldsymbol{\theta}}\,r\,d\theta + \hat{\boldsymbol{\phi}}\,r\sin\theta\,d\phi \qquad dV = r^2\sin\theta\,dr\,d\theta\,d\phi$$

$$\nabla f = \hat{\mathbf{r}}\frac{\partial f}{\partial r} + \hat{\boldsymbol{\theta}}\frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta} + \hat{\boldsymbol{\phi}}\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial \phi}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 A_r\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}(\sin\theta\,A_\theta) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \frac{\hat{\mathbf{r}}}{r\sin\theta}\left[\frac{\partial}{\partial \theta}(\sin\theta\,A_\phi) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi}\right] + \frac{\hat{\boldsymbol{\theta}}}{r}\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r}(rA_\phi)\right] + \frac{\hat{\boldsymbol{\phi}}}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(rA_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta}\right]$$

$$\nabla^2 f = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial f}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta\frac{\partial f}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2}$$

Vector Formulas

$\mathbf{A}\;\;(\mathbf{B}\times\mathbf{C})=(\mathbf{A}\times\mathbf{B})\;\;\mathbf{C}=\mathbf{C}\;\;(\mathbf{A}\times\mathbf{B})=(\mathbf{C}\times\mathbf{A})\;\;\mathbf{B}=\mathbf{B}\;\;(\mathbf{C}\times\mathbf{A})$

$\mathbf{A}\times(\mathbf{B}\times\mathbf{C})=\mathbf{B}\,(\mathbf{A}\;\;\mathbf{C})-\mathbf{C}\,(\mathbf{A}\;\;\mathbf{B})$

$(\mathbf{A}\times\mathbf{B})\;\;(\mathbf{C}\times\mathbf{D})=(\mathbf{A}\;\;\mathbf{C})(\mathbf{B}\;\;\mathbf{D})-(\mathbf{A}\;\;\mathbf{D})(\mathbf{B}\;\;\mathbf{C})$

Derivatives of Sums

$\nabla(f+g)=\nabla f+\nabla g$

$\nabla\;\;(\mathbf{A}+\mathbf{B})=\nabla\;\;\mathbf{A}+\nabla\;\;\mathbf{B}$

$\nabla\times(\mathbf{A}+\mathbf{B})=\nabla\times\mathbf{A}+\nabla\times\mathbf{B}$

Derivatives of Products

$\nabla(fg)=f\nabla g+g\nabla f$

$\nabla(\mathbf{A}\;\;\mathbf{B})=\mathbf{A}\times(\nabla\times\mathbf{B})+\mathbf{B}\times(\nabla\times\mathbf{A})+(\mathbf{A}\;\;\nabla)\mathbf{B}+(\mathbf{B}\;\;\nabla)\mathbf{A}$

$\nabla\;\;(f\mathbf{A})=f\,(\nabla\;\;\mathbf{A})+\mathbf{A}\;\;(\nabla f)$

$\nabla\;\;(\mathbf{A}\times\mathbf{B})=\mathbf{B}\;\;(\nabla\times\mathbf{A})-\mathbf{A}\;\;(\nabla\times\mathbf{B})$

$\nabla\times(f\mathbf{A})=f\,(\nabla\times\mathbf{A})-\mathbf{A}\times(\nabla f)$

$\nabla\times(\mathbf{A}\times\mathbf{B})=\mathbf{A}\,(\nabla\;\;\mathbf{B})-\mathbf{B}\,(\nabla\;\;\mathbf{A})+(\mathbf{B}\;\;\nabla)\mathbf{A}-(\mathbf{A}\;\;\nabla)\mathbf{B}$

Second Derivatives

$\nabla\times(\nabla\times\mathbf{A})=\nabla(\nabla\;\;\mathbf{A})-\nabla^2\mathbf{A}$

$\nabla\;\;(\nabla\times\mathbf{A})=0$

$\nabla\times(\nabla f)=0$

Physical Constants

$c = 2\ 998 \times 10^{8}$ m/s	Speed of light
$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ N/A^2 (or H/m)	Permeability constant in vacuum
$\epsilon_0 = \dfrac{1}{\mu_0 c^2} = 8\ 854 \times 10^{-12}$ C^2/Nm^2 (or F/m)	Permittivity constant in vacuum
$\dfrac{1}{4\pi\epsilon_0} = 10^{-7}c^2 = 8\ 988 \times 10^{9}$ Nm^2/C^2	
$e = 1\ 602 \times 10^{-19}$ C	Magnitude of electron charge
$m_e = 0\ 9109 \times 10^{-30}$ kg	Electron mass

Useful Integrals

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \ln\left(x + \sqrt{a^2 + x^2}\right)$$

$$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a}$$

$$\int \frac{dx}{\left(a^2 + x^2\right)^{3/2}} = \frac{x}{a^2\sqrt{a^2 + x^2}}$$

Binomial Expansion

$$(1 + \epsilon)^p = 1 + p\epsilon + \frac{p(p-1)}{2!}\epsilon^2 + \frac{p(p-1)(p-2)}{3!}\epsilon^3 +$$

Notation for Position Vector

$$\mathbf{x} = \hat{\mathbf{i}}\, x + \hat{\mathbf{j}}\, y + \hat{\mathbf{k}}\, z$$

$$r = |\mathbf{x}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \qquad \text{and} \qquad \hat{\mathbf{r}} = \frac{\mathbf{x}}{r}$$

· ooo O ooo ·