

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2003/2004

Februari/Mac 2004

MGM 502 – TEORI NOMBOR DAN KRIPTOGRAFI

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **TUJUH [7]** soalan di dalam **TIGA [3]** halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA** soalan.

Jawab semua soalan.

1. (a) Jelaskan suatu cara untuk mencari baki apabila suatu integer dihalangi dengan 9. Dengan demikian, cari baki apabila nombor berikut yang mengandungi 4 x 2004 digit

$$20042004 \quad \dots\dots \quad 2004$$

dibahagikan dengan 9.

- (b) Ulangkan soalan (a) jika nombor "9" dalam soalan (a) digantikan dengan nombor "11".

[100 markah]

2. (a) Ungkap (1 2 3 4 5 6 7, 7 6 5 4 3 2 1) sebagai gabungan linear dua nombor ini diminta pekalinnya ialah integer.

- (b) Selesaikan persamaan Diophantine

$$1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ x + 7\ 6\ 5\ 4\ 3\ 2\ 1\ y = 201$$

- (c) Cari integer positif P yang paling kecil supaya persamaan Diophantine

$$5\ 2\ 7\ x + 7\ 1\ 3\ y = 100000 + P$$

mempunyai penyelesaian.

[100 markah]

3. (a) Selesaikan sistem kongruen

$$\begin{aligned} 2x &= 1 && (\text{mod } 3) \\ x &= 4 && (\text{mod } 5) \\ x &= 1 && (\text{mod } 7) \end{aligned}$$

- (b) Selesaikan sistem kongruen

$$\begin{aligned} x^2 &= 1 && (\text{mod } 3) \\ x^2 &= 1 && (\text{mod } 5) \\ x^2 &= 1 && (\text{mod } 7) \end{aligned}$$

[100 markah]

4. (a) Tunjukkan bahawa bagi semua integer x , $x + 1$ dan $x - 1$ mempunyai pariti yang sama.

(b) Jika x , y merujuk nombor perdana, selesaikan persamaan

$$x^2 - 2y^2 = 1$$

[100 markah]

5. Diberikan P ialah suatu nombor perdana dan $P > 2$.
Jika

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{P-1} = \frac{m}{n}, \quad (m, n) = 1,$$

tunjukkan bahawa $P \mid m$.

[100 markah]

6. (a) Reka bentuk suatu cara untuk menguji keterbahagian dengan nombor perdana 17,

(b) Ulangkan (a) dengan 59 sebagai ganti 17.

7. Tunjukkan bahawa bagi semua $n \in \mathbb{N}$,

$$7 \mid (3^{2n+5} + 2^{4n+1})$$

[100 markah]