

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 2004/2005

Oktober 2004

MAT 263 – TEORI KEBARANGKALIAN

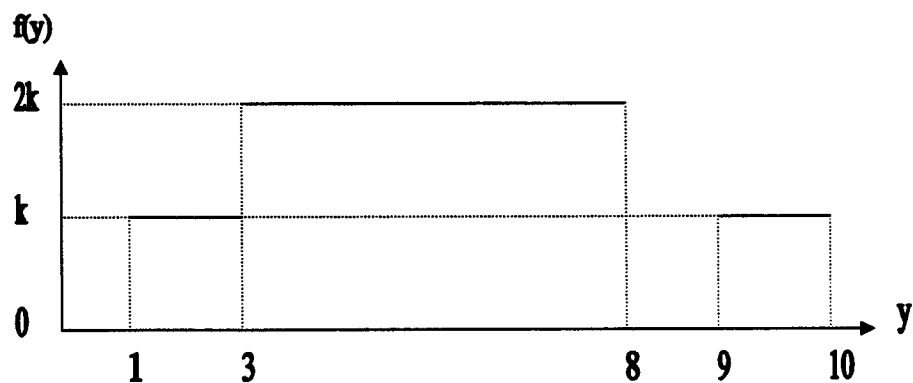
Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **LIMA [5]** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **semua empat** soalan.

...2/-

1. (a) Suatu eksperimen mempunyai 2 kesudahan, s_1 dan s_2 , dimana $P(s_1) = p$ dan $P(s_2) = p^2$. Apakah nilai p ?
- (b) Tunjukkan bahawa $P(s) = \frac{1}{1+\lambda} \left[\frac{\lambda}{1+\lambda} \right]^s$, $s = 0, 1, 2, \dots$; $\lambda > 0$ memenuhi syarat fungsi kebarangkalian diskrit.
- (c) Berdasarkan gambarajah berikut:



dapatkan nilai k supaya fungsi ketumpatan kebarangkalian $f(y)$ berikut memenuhi syarat suatu fungsi kebarangkalian selanjar?

- (d) Kualiti tembakan suatu senjata kaliber kecil dikatakan baik jika satu peluru yang diambil secara rawak mengenai dalam jarak 2 kaki daripada pusat sasaran. Andaikan untuk suatu senjata yang diberikan, fungsi ketumpatan kebarangkalian bagi jarak daripada pusat sasaran ke titik tembakan, y ialah:

$$f(y) = \frac{2ye^{-y^2}}{1-e^{-9}}, 0 \leq y \leq 3$$

Cari kebarangkalian bahawa kualiti daripada kumpulan senjata kaliber kecil tersebut adalah baik.

[25 markah]

2. (a) (i) Fungsi taburan longgokan untuk pembolehubah rawak selanjar X diberikan sebagai;

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-x^2}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

Tentukan fungsi ketumpatan kebarangkaliannya.

...3/-

- (ii) Fungsi ketumpatan kebarangkalian untuk pembolehubah rawak selanjar X diberikan sebagai;

$$f(x) = \begin{cases} xe^{-x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

Hitung $P(X > 2)$.

- (b) Pertimbangkan sebuah keluarga dengan 2 orang anak. Andaikan bahawa terdapat 4 kemungkinan pasangan anak pertama dan anak kedua – (lelaki, lelaki), (lelaki, perempuan), (perempuan, lelaki), (perempuan, perempuan). Berapakah kebarangkalian bersyarat bahawa kedua anak adalah lelaki, diberikan bahawa sekurang-kurangnya seorang anak adalah lelaki?
- (c) Dalam kemalangan roket *Challenger* yang mengejutkan, pegawai-pegawai NASA sebelumnya telah menganggarkan bahawa bencana kemalangan akan terjadi pada waktu *Shuttle* terbang adalah 1 daripada 78 penerbangan. Jika penganggaran tersebut adalah benar, berapakah kebarangkalian bahawa paling sedikit satu kemalangan akan terjadi daripada 20 penerbangan akan datang?. Andaikan bahawa pada setiap penerbangan tidak mempunyai kesan atas keberhasilan daripada penerbangan lainnya (kesudahan saling tak bersandar).
- (d) Buktikan bahawa :

$$\binom{n}{0}^2 + \binom{n}{1}^2 + \dots + \binom{n}{n}^2 = \binom{2n}{n}$$

[25 markah]

3. (a) Tentukan nilai k untuk fungsi-fungsi berikut, supaya ianya suatu fungsi taburan longgokan.
- (i) $F(x, y) = kxy(2x + 3y)$, $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$.
- (ii) $F(x, y) = kxy(2x + 3y)$, $x + y \leq 1$, $x > 0$, $y > 0$
- (b) Seorang penganalisis pelaburan telah mengamati harga saham *blue-chip* selama 6 bulan, dan mendapati bahawa pada setiap hari transaksi terdapat kenaikan dan penurunan harga saham tersebut. Secara purata berkemungkinan 25 % kenaikan dan 75 % penurunan harga saham pada hari-hari saham yang diperdagangkan. Berapa kebarangkalian harga saham 4 hari akan datang pada penutupan perdagangan akan sama dengan harga saham pada hari ini?
Andaikan bahawa naik turunnya harga saham setiap hari adalah kejadian tak bersandar.
- (c) Andaikan X adalah pembolehubah rawak dengan fungsi ketumpatan kebarangkalian selanjar;

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x^4}, & x \geq 1 \\ 0, & \text{d.t.l} \end{cases}$$

Tentukan nilai dijangka dari $\frac{x^2 + 1}{x}$

- (d) Andaikan X adalah pembolehubah rawak dengan fungsi penjana momen diberikan sebagai berikut;

$$M_x(t) = \frac{1}{4} + \frac{1}{8}e^t + \frac{3}{8}e^{2t} + \frac{1}{4}e^{4t}$$

Tentukan $P(-1 < X < 3)$?.

[25 markah]

4. (a) Andaikan X dan Y adalah 2 pembolehubah rawak dengan fungsi ketumpatan kebarangkalian tercantum;

$$f(x, y) = \begin{cases} xe^{-x(y+1)}, & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{lainnya} \end{cases}$$

- (i) Cari fungsi ketumpatan kebarangkalian sut $f_x(x)$ dan $f_y(y)$.
(ii) Tentukan f.k.k. bersyarat $f(x|y)$ dan $f(y|x)$.
- (b) (i) Sebuah pasaraya mempunyai 2 lorong ekspres untuk pembayaran. Andaikan X dan Y masing-masing adalah jumlah pelanggan dalam lorong pertama dan lorong kedua, pada suatu masa yang diberikan. Semasa keadaan tidak sibuk, fungsi ketumpatan kebarangkalian tercantum X dan Y diberikan sebagai berikut;

X/Y	0	1	2	3
0	0.1	0.2	0	0
1	0.2	0.25	0.05	0
2	0	0.05	0.05	0.025
3	0	0	0.025	0.05

Cari nilai $P(|X - Y| = 1)$

- (ii) Fungsi ketumpatan kebarangkalian tercantum untuk 2 pembolehubah X dan Y diberikan sebagai;

$$f(x, y) = 12xy(1 - y) \text{ untuk } 0 \leq x \leq 1 \text{ dan } 0 \leq y \leq 1.$$

Adakah X dan Y saling tak bersandar?

- (c) Cari fungsi penjana momen untuk pembolehubah rawak diskrit X dengan fungsi kebarangkalian diberikan sebagai;

...5/-

$$p(k) = \left(\frac{3}{4}\right)^k \left(\frac{1}{4}\right), k = 0, 1, 2, \dots$$

- (d) Andaikan X bertaburan seragam (0,2), Y bertaburan seragam (0,3). X dan Y saling tak bersandar. Tentukan fungsi taburan longgokan untuk pembolehubah-pembolehubah berikut;

- (i) $X+Y$
(ii) XY

[25 markah]

- 000 O 000 -