

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 2004/2005

Oktober 2004

MAT 251 – PENGANTAR PENYELIDIKAN OPERASI

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **LAPAN [8]** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **semua tiga** soalan.

...2/-

1. (a) Piawaikan model PL yang berikut:

Maksimumkan $z = 15x_1 + 10x_2 - 7x_3 + 8x_4$

$$5x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 2x_4 \geq 30$$

terhadap $4x_1 - 3x_2 + 5x_3 - 6x_4 \leq -20$

$$x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 50$$

Dengan $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, -2 \leq x_3 \leq 6, x_4$ tak tersekat

[20 markah]

(b) Diberikan senarai tugas dan tugas pendahulu bagi suatu projek berserta jangkamasa optimis (a), paling bolehjadi (m) dan pesimisnya (b) di dalam hari.

Tugas	Tugas Pendahulu	Jangkamasa (hari)		
		a	m	b
A	-	5	8	10
B	-	12	15	18
C	A	4	7	12
D	B	4	5	7
E	A,D	2	3	6
F	B	3	8	10
G	C,E,F	12	15	20
H	G	15	18	20

- (i) Lukiskan gambarajah anak panah keseluruhan projek ini.
- (ii) Dapatkan min dan varians bagi semua kegiatan.
- (iii) Tunjukkan masa permulaan terawal dan masa siap terlewat bagi semua peristiwa.
- (iv) Hitung dan tunjukkan jumlah apungan dan apungan bebas bagi semua kegiatan.
- (v) Senaraikan tugas-tugas genting.
- (vi) Apakah kebarangkalian bahawa kegiatan D siap dalam 22 hari?
- (vii) Apakah kebarangkalian projek ini siap di dalam tempoh tidak melebihi 45 hari?

[50 markah]

(c) Diberikan rumus PL berikut:

Maksimumkan $z = 2x_1 - 3x_2 + x_3 - 4x_4$

Terhadap $2x_1 - x_2 + 3x_3 - 5x_4 \leq 20$

$$x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 \geq 2$$

$$x_4 \leq 20$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall i.$$

...3/-

Gunakan teknik dua-fasa bagi menyelesaikan masalah ini.

- (i) Tunjukkan sehingga tablo permulaan fasa dua.
- (ii) Kemaskinikan tablo fasa dua ini.

[30 markah]

2. (a) Pertimbangkan rumus PL berikut:

$$\begin{array}{ll} \text{Maksimumkan} & z = 6x_1 + 3x_2 \\ \text{Terhadap} & \begin{array}{ll} x_1 + 2x_2 \geq 10 & \text{(Sumber 1)} \\ 2x_1 + x_2 \leq 20 & \text{(Sumber 2)} \\ x_1 - 2x_2 \leq 10 & \text{(Sumber 3)} \\ -x_1 + x_2 \leq 3 & \text{(Sumber 4)} \end{array} \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

- (i) Lakarkan graf dan lorekkan ruang tersaur masalah PL ini.
- (ii) Dapatkan penyelesaian dan nilai optimumnya.
- (iii) Berikan status setiap sumber yang ada.
- (iv) Nyatakan kekangan yang terikat.
- (v) Berikan julat sumber 2 supaya penyelesaian asas kekal.
- (vi) Berikan julat pekali fungsi matlamat pembolehubah x_2 supaya penyelesaian asas yang sedia ada kekal.

[30 markah]

(b) Sebuah kilang pengitaran semula memproses kertas kotak, kertas tisu, akhbar dan kertas buku untuk menghasilkan tiga gred (Gred 1,2 dan 3) kertas kitar semula. Harga semetrik tan dan kandungan palpa bagi keempat-empat bahan mentah tersebut dinyatakan di dalam jadual berikut:

Bahan Mentah	Harga (RM)	Kandungan Palpa (%)
Kertas Kotak	5	15
Kertas Tisu	6	20
Akhbar	8	30
Kertas Buku	10	40

Dua kaedah iaitu menyah-dakwat dan pembersihan asphalt digunakan bagi memproses keempat-empat input tersebut menjadi palpa.

Kos kaedah menyah-dakwat adalah RM20 bagi setiap tan bahan. Proses menyah-dakwat menghapuskan 10% kandungan palpa daripada bahan mentah, meninggalkan 90% palpa asal. Kos bagi pembersihan asphalt adalah RM15 bagi setiap tan bahan. Kaedah ini akan menghapuskan 20% palpa. Paling banyak, 3,000 tan bahan mentah dapat diproses menggunakan kaedah pembersihan asphalt atau menyah-dakwat.

Kertas gred 1 hanya dapat dihasilkan daripada akhbar atau kertas buku. Kertas gred 2 hanya dapat dihasilkan daripada kertas buku, kertas tisu atau kertas kotak.

Kertas gred 3 dapat dihasilkan daripada akhbar, kertas tisu atau kertas kotak.

Bagi memenuhi permintaan, pihak syarikat perlu mengeluarkan sekurang-kurangnya 500 tan palpa untuk kertas gred 1, 500 tan palpa untuk kertas gred 2 dan 600 tan palpa untuk kertas gred 3.

Rumuskan masalah ini sebagai suatu model PL yang akan meminimumkan kos pengeluaran.

[30 markah]

- (c) Sejenis produk dihasilkan oleh dua buah kilang (A dan B) dan dijual di tiga pusat jualan (I, II dan III). Kos pengangkutan (RM / unit) dari kilang ke pusat jualan adalah seperti berikut:

Kilang	Pusat Jualan		
	I	II	III
A	4	6	8
B	7	4	3

Syarikat ini ingin merancang pengeluaran penghantaran dan jualan.

Kos, kuantiti kapasiti pengeluaran dan kuantiti permintaan adalah seperti berikut:

Pengeluaran			
Kilang A		Kilang B	
Kos (RM / unit)	Kapasiti	Kos (RM/ unit)	Kapasiti
8	175	7	200

Permintaan		
Pusat Jualan	Harga Jualan (RM / unit)	Amaun Permintaan
I	15	100
II	20	200
III	14	150

- (i) Rumuskan masalah ini sebagai suatu rumus PL biasa. (Definisikan pembolehubah keputusan dan tuliskan fungsi matlamat,kekangan dan syarat pembolehubah).
- (ii) Terjemahkan rumus PL di (i) kepada tablo pengangkutan.
- (iii) Selesaikan (ii) dan perincikan jawapan anda. Berapakah jumlah keuntungan (atau kos) yang optimum?
- (iv) Beritahu pusat jualan mana yang tidak dapat kuantiti yang diminta. Berapa unit kekurangannya?
- (v) Dapatkan julat bagi pekali kos C_{11} supaya penyelesaian kekal optimum.
- (vi) Tunjukkan kesan di dalam tablo pengangkutan jika pengeluaran kilang A ditingkatkan sebanyak 75 unit lagi dan permintaan di pusat jualan III ditingkatkan kepada 225 unit.

[40 markah]

3. (a) Lima pekerja boleh melaksanakan empat tugas, jika tidak, ia ditandakan dengan (-). Masa diambil bagi setiap pekerja melaksanakan setiap tugas adalah seperti berikut:

Pekerja	Masa (Jam)			
	Tugas 1	Tugas 2	Tugas 3	Tugas 4
1	22	18	30	18
2	18	-	27	22
3	26	20	28	28
4	16	22	-	14
5	21	-	25	28

- (i) Tentukan pemberian tugas kepada pekerja supaya jumlah masa dapat diminimumkan
(ii) Apakah jumlah masa keseluruhan yang minimum?
(iii) Pekerja mana yang tidak diberi tugas?

[30 markah]

- (b) Pertimbangkan masalah PL yang berikut:

Maksimumkan $z = 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 4x_4$

Terhadap $3x_2 + 2x_3 - x_4 \leq 5$ (Sumber 1)

$-x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 6$ (Sumber 2)

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 8$ (Sumber 3)

$x_i \geq 0, i = 1, 2, 3, 4.$

Andaikan S_1, S_2 dan S_3 masing-masing adalah pembolehubah lalai bagi kekangan 1, 2 dan 3. Tablo optimumnya adalah seperti berikut:

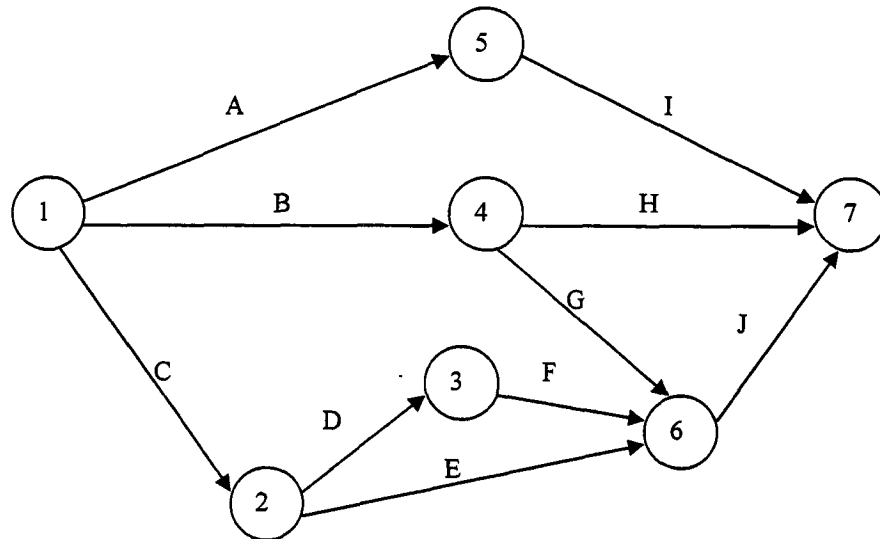
Asas	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	Penyelesaian
z	1.5	0	4	0	0	0.5	4	35
x_1	-0.5	1	1	0	0	0.5	0	3
x_2	1.5	0	0	1	0	-0.5	1	5
x_3	3	0	-1	0	1	-2	1	1

- (i) Tuliskan penyelesaian dan nilai optimum PL ini.
(ii) Nyatakan status setiap sumber yang berkurangan dan yang berlebihan.
(iii) Jika had sumber 2 berubah kepada 10, apakah penyelesaian optimum yang baru?
(iv) Dapatkan julat bagi sumber 2 supaya penyelesaian optimum yang sedia ada tidak berubah.
(v) Jika had sumber 3 meningkat kepada 15, berikan penyelesaian dan nilai z yang baru.
(vi) Berikan penyelesaian yang baru jika pekali fungsi matlamat bagi pembolehubah x_4 ialah 8.

[30 markah]

...6/-

(c) Rangkaian berikut mewakili suatu projek:



Jangkamasa biasa dan nahas, serta kos langsung bagi setiap kegiatan diberikan seperti berikut:

Kegiatan	Jangkamasa (hari)		Kos Langsung (RM)	
	Biasa	Nahas	Biasa	Nahas
A	5	3	20	80
B	4	3	70	100
C	3	3	150	150
D	5	3	180	300
E	4	2	200	400
F	4	3	180	220
G	3	2	120	200
H	2	1	100	200
I	5	2	300	450
J	6	4	400	600

Kos tak langsung dianggap berkadaran dengan jangkamasa projek dengan kadar RM50 sehari. Kontrak mengenakan denda sebanyak RM100 jika projek lewat daripada 18 hari dan menawarkan bonus sebanyak RM120 jika awal daripada 18 hari.

- (i) Dapatkan skedul kos minimum projek ini.
- (ii) Senaraikan kegiatan genting.
- (iii) Lakukan dua lalaran pemampatan bagi projek ini. Berikan jumlah kos projek bagi setiap lalaran.

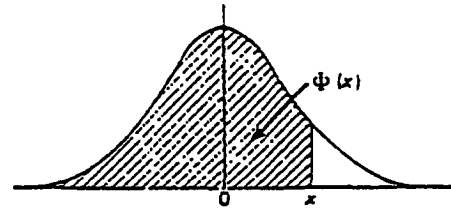
[40 markah]

Lampiran 1

TABLE 4. THE NORMAL DISTRIBUTION FUNCTION

The function tabulated is $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2} dt$. $\Phi(x)$ is

the probability that a random variable, normally distributed with zero mean and unit variance, will be less than or equal to x . When $x < 0$ use $\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$, as the normal distribution with zero mean and unit variance is symmetric about zero.



x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0.00	0.5000	0.40	0.6554	0.80	0.7881	1.20	0.8849	1.60	0.9452	2.00	0.97725
.01	.5040	.41	.6591	.81	.7910	.21	.8869	.61	.9463	.01	.97778
.02	.5080	.42	.6628	.82	.7939	.22	.8888	.62	.9474	.02	.97831
.03	.5120	.43	.6664	.83	.7967	.23	.8907	.63	.9484	.03	.97882
.04	.5160	.44	.6700	.84	.7995	.24	.8925	.64	.9495	.04	.97932
0.05	0.5199	0.45	0.6736	0.85	0.8023	1.25	0.8944	1.65	0.9505	2.05	0.97982
.06	.5239	.46	.6772	.86	.8051	.26	.8962	.66	.9515	.06	.98030
.07	.5279	.47	.6808	.87	.8078	.27	.8980	.67	.9525	.07	.98077
.08	.5319	.48	.6844	.88	.8106	.28	.8997	.68	.9535	.08	.98124
.09	.5359	.49	.6879	.89	.8133	.29	.9015	.69	.9545	.09	.98169
0.10	0.5398	0.50	0.6915	0.90	0.8159	1.30	0.9032	1.70	0.9554	2.10	0.98214
.11	.5438	.51	.6950	.91	.8186	.31	.9049	.71	.9564	.11	.98257
.12	.5478	.52	.6985	.92	.8212	.32	.9066	.72	.9573	.12	.98300
.13	.5517	.53	.7019	.93	.8238	.33	.9082	.73	.9582	.13	.98341
.14	.5557	.54	.7054	.94	.8264	.34	.9099	.74	.9591	.14	.98382
0.15	0.5596	0.55	0.7088	0.95	0.8289	1.35	0.9115	1.75	0.9599	2.15	0.98422
.16	.5636	.56	.7123	.96	.8315	.36	.9131	.76	.9608	.16	.98461
.17	.5675	.57	.7157	.97	.8340	.37	.9147	.77	.9616	.17	.98500
.18	.5714	.58	.7190	.98	.8365	.38	.9162	.78	.9625	.18	.98537
.19	.5753	.59	.7224	.99	.8389	.39	.9177	.79	.9633	.19	.98574
0.20	0.5793	0.60	0.7257	1.00	0.8413	1.40	0.9192	1.80	0.9641	2.20	0.98610
.21	.5832	.61	.7291	.01	.8438	.41	.9207	.81	.9649	.21	.98645
.22	.5871	.62	.7324	.02	.8461	.42	.9222	.82	.9656	.22	.98679
.23	.5910	.63	.7357	.03	.8485	.43	.9236	.83	.9664	.23	.98713
.24	.5948	.64	.7389	.04	.8508	.44	.9251	.84	.9671	.24	.98745
0.25	0.5987	0.65	0.7422	1.05	0.8531	1.45	0.9265	1.85	0.9678	2.25	0.98778
.26	.6026	.66	.7454	.06	.8554	.46	.9279	.86	.9686	.26	.98809
.27	.6064	.67	.7486	.07	.8577	.47	.9292	.87	.9693	.27	.98840
.28	.6103	.68	.7517	.08	.8599	.48	.9306	.88	.9700	.28	.98870
.29	.6141	.69	.7549	.09	.8621	.49	.9319	.89	.9706	.29	.98899
0.30	0.6179	0.70	0.7580	1.10	0.8643	1.50	0.9332	1.90	0.9713	2.30	0.98928
.31	.6217	.71	.7611	.11	.8665	.51	.9345	.91	.9719	.31	.98956
.32	.6255	.72	.7642	.12	.8686	.52	.9357	.92	.9726	.32	.98983
.33	.6293	.73	.7673	.13	.8708	.53	.9370	.93	.9732	.33	.99010
.34	.6331	.74	.7704	.14	.8729	.54	.9382	.94	.9738	.34	.99036
0.35	0.6368	0.75	0.7734	1.15	0.8749	1.55	0.9394	1.95	0.9744	2.35	0.99061
.36	.6406	.76	.7764	.16	.8770	.56	.9406	.96	.9750	.36	.99086
.37	.6443	.77	.7794	.17	.8790	.57	.9418	.97	.9756	.37	.99111
.38	.6480	.78	.7823	.18	.8810	.58	.9429	.98	.9761	.38	.99134
.39	.6517	.79	.7852	.19	.8830	.59	.9441	.99	.9767	.39	.99158
0.40	0.6554	0.80	0.7881	1.20	0.8849	1.60	0.9452	2.00	0.9772	2.40	0.99180

Lampiran 2

TABLE 4. THE NORMAL DISTRIBUTION FUNCTION

x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)
2.40	0.99180	2.55	0.99461	2.70	0.99653	2.85	0.99781	3.00	0.99865	3.15	0.99918
.41	.99202	.56	.99477	.71	.99664	.86	.99788	.01	.99860	.16	.99921
.42	.99224	.57	.99492	.72	.99674	.87	.99795	.02	.99874	.17	.99924
.43	.99245	.58	.99506	.73	.99683	.88	.99801	.03	.99878	.18	.99926
.44	.99266	.59	.99520	.74	.99693	.89	.99807	.04	.99882	.19	.99929
2.45	0.99286	2.60	0.99534	2.75	0.99702	2.90	0.99813	3.05	0.99886	3.20	0.99931
.46	.99305	.61	.99547	.76	.99711	.91	.99819	.06	.99889	.21	.99934
.47	.99324	.62	.99560	.77	.99720	.92	.99825	.07	.99893	.22	.99936
.48	.99343	.63	.99573	.78	.99728	.93	.99831	.08	.99896	.23	.99938
.49	.99361	.64	.99585	.79	.99736	.94	.99836	.09	.99900	.24	.99940
2.50	0.99379	2.65	0.99598	2.80	0.99744	2.95	0.99841	3.10	0.99903	3.25	0.99942
.51	.99396	.66	.99609	.81	.99752	.96	.99846	.11	.99906	.26	.99944
.52	.99413	.67	.99621	.82	.99760	.97	.99851	.12	.99910	.27	.99946
.53	.99430	.68	.99632	.83	.99767	.98	.99856	.13	.99913	.28	.99948
.54	.99446	.69	.99643	.84	.99774	.99	.99861	.14	.99916	.29	.99950
2.55	0.99461	2.70	0.99653	2.85	0.99781	3.00	0.99865	3.15	0.99918	3.30	0.99952

The critical table below gives on the left the range of values of x for which Φ(x) takes the value on the right, correct to the last figure given; in critical cases, take the upper of the two values of Φ(x) indicated.

3.075	0.9990	3.263	0.9994	3.731	0.99990	3.916	0.99995
3.105	0.9991	3.320	0.9995	3.759	0.99991	3.976	0.99996
3.138	0.9992	3.389	0.9996	3.791	0.99992	4.055	0.99997
3.174	0.9993	3.480	0.9997	3.826	0.99993	4.173	0.99998
3.215	0.9994	3.615	0.9999	3.867	0.99994	4.417	1.00000

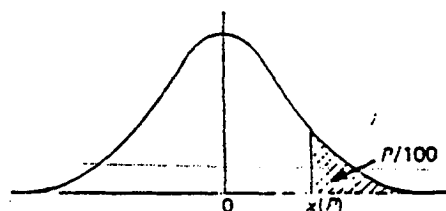
When $x > 3.3$ the formula $1 - \Phi(x) \approx \frac{e^{-x^2}}{x\sqrt{2\pi}} \left[1 - \frac{1}{x^2} + \frac{3}{x^4} - \frac{15}{x^6} + \frac{105}{x^8} \right]$ is very accurate, with relative error less than $945/x^{10}$.

TABLE 5. PERCENTAGE POINTS OF THE NORMAL DISTRIBUTION

This table gives percentage points $x(P)$ defined by the equation

$$\frac{P}{100} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x(P)}^{\infty} e^{-t^2/2} dt.$$

If X is a variable, normally distributed with zero mean and unit variance, $P/100$ is the probability that $X \geq x(P)$. The lower P per cent points are given by symmetry as $-x(P)$, and the probability that $|X| \geq x(P)$ is $2P/100$.



P	x(P)	P	x(P)	P	x(P)	P	x(P)	P	x(P)	P	x(P)
50	0.0000	5.0	1.6449	3.0	1.8808	2.0	2.0537	1.0	2.3263	0.10	3.0902
45	0.1257	4.8	1.6646	2.9	1.8957	1.9	2.0749	0.9	2.3656	0.09	3.1214
40	0.2533	4.6	1.6849	2.8	1.9110	1.8	2.0969	0.8	2.4089	0.08	3.1559
35	0.3853	4.4	1.7060	2.7	1.9268	1.7	2.1201	0.7	2.4573	0.07	3.1947
30	0.5244	4.2	1.7279	2.6	1.9431	1.6	2.1444	0.6	2.5121	0.06	3.2389
25	0.6745	4.0	1.7507	2.5	1.9600	1.5	2.1701	0.5	2.5758	0.05	3.2905
20	0.8416	3.8	1.7744	2.4	1.9774	1.4	2.1973	0.4	2.6452	0.04	3.37100
15	1.0364	3.6	1.7991	2.3	1.9954	1.3	2.2262	0.3	2.7478	0.005	3.8906
10	1.2816	3.4	1.8250	2.2	2.0141	1.2	2.2571	0.2	2.8782	0.001	4.2640
5	1.6449	3.2	1.8522	2.1	2.0335	1.1	2.2904	0.1	3.0902	0.0005	4.4172