

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 2004/2005

Oktober 2004

MAT 222 – PERSAMAAN PEMBEZAAN II

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **TIGA [3]** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **semua empat** soalan.

...2/-

1. Selesaikan sistem persamaan pembezaan linear berikut:

$$x = -12x - 2y - 3\sec^2 3t + 16 \cos 3t - 12 \tan 3t$$

$$y = 15x + y - 14 \cos 3t + 15 \tan 3t - 2 \sin 3t$$

dengan $x(0) = \frac{7}{3}, y(0) = -5$.

[50 markah]

2. Andaikan $u = u(x, y)$ memenuhi persamaan pembezaan separa

$$Au_{xx} + Bu_{yx} + Cu_{yy} = 0$$

di mana A, B, C adalah pemalar dengan $AB^2 \neq 4A^2C$.

- (i) Dapatkan suatu rumus bagi penyelesaian am persamaan pembezaan separa di atas.
- (ii) Diberikan $A = 1, B = 6, C = 8$,
 $u(0, y) = \sin y + y^2 + e^y$,
 $u_x(0, y) = -2 \cos y - 8y - 4e^y$,
 dapatkan penyelesaian persamaan pembezaan separa di atas.

[70 markah]

3. Diberikan $u = u(x, y)$ memenuhi persamaan pembezaan separa $Ax u_x = By^n u_y$ di mana A, B dan n pemalar dengan $AB(n-1) \neq 0$.

- (i) Dapatkan suatu penyelesaian am persamaan pembezaan separa di atas dengan kaedah pemisahan pembolehubah.
- (ii) Dengan menganalisa ungkapan bagi penyelesaian di atas, tunjukkan bahawa penyelesaian am bagi persamaan pembezaan separa di atas mungkin merupakan suatu fungsi sebarang dari $(1-n)B \ln|x| + Ay^{1-n}$ yang terbezakan secara separa terhadap x dan y .
- (iii) Tentusahkan bahawa fungsi sebarang yang diperoleh dalam (ii) memenuhi persamaan pembezaan separa di atas.
- (iv) Selesaikan PPS di atas jika diberi $A = 3, B = 1, n = -2$ dan $u(x, 0) = x$.

[80 markah]

4. Diberi $u(x, t)$ memenuhi persamaan pembezaan separa berikut:

$$u_{xx} + 2u_x + u = u_{tt}.$$

- (i) Dapatkan suatu fungsi $f(x)$ supaya gantian $u(x, t) = f(x)v(x, t)$ dapat menurunkan persamaan pembezaan separa di atas kepada bentuk $Av_{xx} + Bv_{tt} = 0$ di mana A, B pemalar. Seterusnya, dapatkan penyelesaian am persamaan pembezaan separa di atas.
- (ii) Diberikan persamaan pembezaan separa di atas sah dalam rantau $0 < x < \pi, t > 0$, serta memenuhi syarat-syarat sempadan

$$u(0, t) = u(\pi, t) = 0 \text{ bila } t > 0, \text{ serta}$$

$$u(x, 0) = \frac{\pi e^{-x}}{2} \text{ dan } u_t(x, 0) = 0 \text{ bila } 0 < x < \pi;$$

cari penyelesaian formal baginya dengan menggunakan kaedah pemisahan pembolehubah. Seterusnya, cadangkan ungkapan-ungkapan bagi kedua-dua fungsi sebarang yang anda peroleh dalam bahagian (i).

[100 markah]