

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 2004/2005

Oktober 2004

MAT 203 – KALKULUS VEKTOR

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT [4]** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **semua tiga** soalan.

...2/-

1. a) Cari nilai hampir $\sqrt{2.01^3 + 4.01^2 + 1.01}$
- b) Katakan $F: R^3 \rightarrow R^2$ dan $G: R^2 \rightarrow R^3$ masing-masingnya ditakrifkan oleh $F(x, y, z) = (xyz, x + y - z)$ dan $G(x, y) = (xy, x + y, 2xy)$. Cari
- $(F \circ G)(1,1)$
 - $(G \circ F)(1,1,1)$
- c) Katakan $F(x, y, z, w) = x^2 + z^2 - 4(y^2 + xyzw)$. Cari $\nabla_z F(\mathbf{X}_0)$ dengan $\mathbf{Z} = (1,0,1,0)$ dan $\mathbf{X}_0 = (0,0,1,1)$
- d) Dapatkan persamaan garis dalam bentuk parameter yang menghubungkan dua titik $P_0 = (1,1,2,1,1)$ dan $P_1 = (1,0,0,1,1)$. Cari juga titik Q yang membahagikan segmen P_0P_1 dalam nisbah 1: 2.
- e) Suatu lengkung diberi oleh persamaan berparameter
 $\mathbf{r}(t) = (\sin^2 t + \text{kost}, \text{kost} - 1)$
 Cari persamaan garisentuh pada $t = \frac{\pi}{2}$
- f) Kirakan $\int_C F \cdot d\mathbf{X}$ dengan F dan C diberi seperti berikut:
 $F(x, y) = (y, -x)$
 $C: \alpha(t) = (\sin t, \text{kost}) ; 0 \leq t \leq 2\pi$
- g) Jika $\mathbf{u} = (1,2,3,2,0,0)$, maka cari suatu unit vektor \mathbf{e} supaya $\mathbf{u} \cdot \mathbf{e}$ mempunyai nilai yang terbesar.
- h) Diberi suatu pemetaan linear $L: R^2 \rightarrow R^4$ supaya
 $L(\mathbf{e}_1) = (1,1,1,0)$
 $L(\mathbf{e}_2) = (0,0,1,1)$
 Cari $L(x,y)$ dan seterusnya cari $L(1,1)$.
- i) Suatu medan vektor diberi sebagai $F(x, y, z) = (xyz, xyz^2, x + y + z)$.
 Dapatkan $\nabla \cdot F$ dan $\nabla \wedge F$.
- j) Cari persamaan satah R^3 yang menyentuh permukaan
 $F(x, y) = 2xy^2 + x + y$ pada titik $(2,1)$

[50 markah]

2. a) Diberi $F : R^3 \rightarrow R^2$ yang ditakrifkan oleh
 $F(x, y, z) = (xyz, x^2 + y^2 + z^2)$
 Dapatkan Jacobian F pada titik (1,1,1) dan seterusnya dapatkan persamaan Afim terbaik F pada titik ini.

- b) Suatu jasad bergerak dengan vektor kedudukannya diberi sebagai
 $F(t) = (t^3, 3t^2, 2)$. Apabila $t = 2$, jasad terkeluar dari laluan tersebut dan bergerak secara bertangen dengan halaju sekata. Huraikan kedudukan jasad tersebut dalam sebutan t , dan seterusnya cari kedudukannya apabila $t = 0$ dan $t = 4$.

- c) Katakan B suatu segiempat $1 \leq x \leq 2$ dan $0 \leq y \leq 1$, nilaikan

$$\iint_B (y^2 + x^3 y) dy dx$$

- d) Nyatakan Teorem Green. Seterusnya nilaikan

$$\int_C (4y^3 \sin x + 6y^2 x) dx + (9yx^2 - 12y^2 \cos x) dy$$

dengan C adalah laluan polygon $(0,0) \rightarrow (3,0) \rightarrow (2,1) \rightarrow (1,1) \rightarrow (0,0)$.

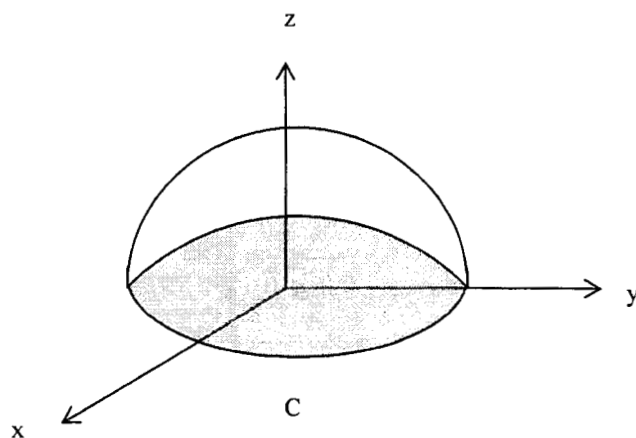
[25 markah]

3. a) Nilaikan $\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS$, dengan $F(x, y, z) = (x, xy, xyz)$ dan S adalah permukaan suatu silinder $x^2 + y^2 = 4$ pada oktan pertama di antara $z = 0$ dan $z = 4$.

- b) i. Tunjukkan (0,0) adalah titik pelana fungsi $F(x, y) = \sin x \sin y$.
 ii. Cari titik-titik genting dan tentukan jenisnya untuk
 $F(x, y, z) = x^2 + y^3 - 3y + z^2$

- c) Andaikan $C = C_1 + C_2$ dengan C_1 ditakrifkan oleh $\alpha_1(t) = (2t^2, 1+t)$, $0 \leq t \leq 1$ dan C_2 ditakrifkan oleh $\alpha_2(t) = (t^2 + 1, 2t)$, $1 \leq t \leq 2$. Nilaikan $\int x dx + xy dy$.

- d) Nyatakan Teorem Stoke. Seterusnya tentusahkan Teorem Stoke untuk $F(x, y, z) = (2x - y, -yz^2, y^2z)$, S adalah suatu hemisfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ dan C adalah lintasan sempadannya



[25 markah]

- 000 O 000 -