

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

**Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 2003/2004**

September / Oktober 2003

MAT 161 – Statistik Permulaan

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi ENAM [6] muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab semua empat soalan.

1. (a) Kelajuan suatu sampel rawak 55 buah kereta yang melalui suatu jalan dalam sebuah bandar direkodkan dengan bantuan alat radar. Hasilnya adalah seperti dalam jadual yang berikut:

Kelajuan kereta, X	Kekerapan, f_i
12 - 18	1
18 - 24	14
24 - 30	22
30 - 36	8
36 - 42	5
42 - 48	3
48 - 54	2

$$\sum_{i=1}^7 x_i f_i = 1599.0$$

$$\sum_{i=1}^7 x_i^2 f_i = 50031.0$$

- (i) Hitung min kelajuan kereta yang melalui jalan tersebut dan sisihan piawainya.
- (ii) Dapatkan kelajuan median dan kelajuan mod.
- (iii) Berdasarkan nilai-nilai sukatan kecenderungan memusat yang diperolehi, nyatakan bentuk taburan yang dijangka bagi kelajuan kereta-kereta yang melalui jalan tersebut. Berikan alasan bagi jawapan anda.
- (iv) Kereta-kereta yang melebihi had kelajuan yang ditetapkan akan disaman oleh polis. Jika 13 buah kereta telah disaman, berapakah had kelajuan yang ditetapkan?
- (v) Gunakan Teorem Chebyshev untuk mendapatkan suatu selang kelajuan bagi sekurang-kurangnya 50% daripada kereta-kereta yang melalui jalan tersebut.
- (b) Andaikan bahawa dalam suatu peperiksaan, setiap pelajar diwajibkan menjawab tujuh soalan daripada sepuluh soalan yang diberi.
- (i) Berapakah bilangan kombinasi soalan berbeza-beza yang mungkin dipilih oleh seorang pelajar?
- (ii) Andaikan setiap pelajar dibenarkan menjawab sebanyak-banyaknya tiga soalan daripada tiga soalan yang pertama. Berapakah bilangan kombinasi soalan berbeza-beza yang mungkin dipilih oleh seorang pelajar?
- (c) Sebuah kotak mengandungi 10 buah objek yang terdiri daripada 2 biji bola putih, 1 biji bola merah, 4 buah kubus putih dan 3 buah kubus merah. Andaikan bahawa 3 buah objek dikeluarkan satu demi satu tanpa pengembalian. Peristiwa B dan peristiwa M ditakrifkan seperti yang berikut:

B : tepat 2 daripada objek-objek yang dikeluarkan adalah bola.
 M : tepat satu daripada objek-objek yang dikeluarkan berwarna merah.

- (i) Tunjukkan bahawa $P(B) = 7/40$ dan dapatkan $P(M)$.
- (ii) Tunjukkan bahawa $P(B \cap M) = 11/120$
- (iii) Dapatkan $P(B \cup M)$ dan $P(B/M)$.
- (iv) Adakah peristiwa B dan M saling eksklusif? saling tak bersandar? Jelaskan jawapan anda.

[100 markah]

2. (a) Taburan kebarangkalian pembolehubah selang X diberikan oleh rumus yang berikut:

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & -1 \leq x < 0 \\ kx, & 0 \leq x < 1 \\ 0, & \text{ditempat lain} \end{cases}$$

- (i) Tentukan nilai pemalar k .
 - (ii) Hitung $P(X < \frac{1}{2})$
 - (iii) Hitung $P\left(-\frac{3}{2} < X < \frac{1}{4} \mid X < \frac{1}{2}\right)$.
 - (iv) Dapatkan min X dan varians X .
- (b) Daripada rekod penempahan tiket penerbangan yang lepas-lepas, sebuah syarikat penerbangan mendapati bahawa pada puratanya, 5% daripada penumpang yang telah membeli tiket untuk sesuatu penerbangan, tidak datang untuk penerbangan tersebut. Andaikan bahawa suatu penerbangan akan menggunakan sebuah kapal terbang dengan 116 tempat duduk dan syarikat penerbangan telah menjual 120 tiket untuk penerbangan tersebut.
- (i) Apakah kebarangkalian bahawa lebih daripada 116 penumpang akan datang untuk penerbangan tersebut?
 - (ii) Apakah kebarangkalian bahawa penerbangan tersebut akan mempunyai tempat kosong?
- (c) Bilangan buku yang dijual di sebuah kedai buku tertabur secara Poisson dengan purata 15 buah dalam tempoh satu jam.
- (i) Dapatkan kebarangkalian bahawa sekurang-kurangnya 10 buah buku dijual dalam tempoh 30 minit.

Kedai tersebut mengeluarkan iklan dalam akhbar bagi melariskan lagi jualan buku-bukunya. Hasil jualan selepas iklan tersebut tersiar digunakan sebagai data dan andaikan bahawa taburan Poisson masih lagi bersesuaian

- (ii) Nyatakan hipotesis-hipotesis yang sesuai diuji untuk mengetahui keberkesanan iklan tersebut.
- (iii) Andaikan pengurus kedai tersebut menganggap bahawa iklan tersebut berkesan jika sekurang-kurangnya 20 buah buku dapat dijual dalam tempoh satu jam. Tentukan aras keertian ujian bagi anggapan ini.
- (iv) Hitung kuasa ujian jika iklan tersebut meningkatkan purata jualan buku kepada 20 buah dalam tempoh satu jam.

[100 markah]

3. (a) Terangkan perbezaan

- (i) antara suatu statistik dan suatu parameter
- (ii) ujian satu-hujung dan ujian dua hujung.

(b) Dua syarikat penerbangan yang bersaing, Alpha dan Beta, masing-masing mendakwa bahawa kadar penerbangannya yang tiba lewat ke destinasi adalah lebih rendah daripada kadar pesaingnya. Suatu tinjauan yang dijalankan memberikan hasil yang berikut:

	Syarikat Alpha	Syarikat Beta
Penerbangan yang tiba tepat pada waktu	35	28
Penerbangan yang tiba lewat	15	12

Andaikan bahawa kadaran populasi penerbangan Alpha dan Beta yang tiba lewat masing-masing ialah p_1 dan p_2 .

- (i) Dapatkan anggaran titik bagi p_1 dan p_2 .
 - (ii) Bina suatu selang keyakinan 99% bagi $p_1 - p_2$. Berikan tafsiran anda mengenai selang yang diperoleh dalam konteks masalah di atas.
 - (iii) Adakah data di atas bukti cukup bahawa kadar penerbangan yang tiba lewat ke destinasi bagi Syarikat Alpha adalah lebih tinggi daripada kadar bagi Syarikat Beta? Jalankan ujian pada aras keertian 1%.
 - (iv) Jika anda diminta untuk menganggar $p_1 - p_2$ dengan aras keyakinan 90% dan ralat penganggaran maksimum sebanyak 0.05, berapakah bilangan ketibaan yang harus anda cerap daripada setiap syarikat? (Andaikan anda akan mencerap bilangan ketibaan yang sama daripada setiap syarikat.)
- (c) Suatu sampel rawak 10 buah lubang yang digali dengan sebuah mesin diukur diameternya (x millimeter) dan hasil yang berikut diperoleh:

$$\sum_{i=1}^{10} X_i = 90 \qquad \sum_{i=1}^{10} (X_i - 9)^2 = 1.87$$

- (i) Anggarkan min populasi, μ_X , dan varians populasi, σ_X^2 .

... 5 /-

Suatu sampel rawak 10 buah lubang yang digali dengan sebuah mesin yang lain diukur diameternya (y millimeter) dan hasil yang berikut diperoleh:

$$\sum_{i=1}^{10} Y_i = 80 \qquad \sum_{i=1}^{10} (Y_i - 8)^2 = 2.05$$

- (i) Anggarkan min populasi, μ_Y , dan varians populasi, σ_Y^2 .
- (ii) Dengan andaian bahawa kedua-dua populasi mempunyai varians yang sama, dapatkan anggaran bagi varians sepunya tersebut.
- (iii) Pada aras keertian 5%, uji sama ada min diameter lubang yang digali dengan mesin pertama berbeza daripada min diameter lubang yang digali dengan mesin kedua.

[100 markah]

4. (a) Seorang pentadbir pejabat ingin mengetahui sama ada kelajuan menaip kerani-kerani di pejabatnya dapat ditingkatkan jika penggunaan mesin taip digantikan dengan penggunaan komputer. Suatu sampel 10 orang kerani dipilih secara rawak dan bilangan perkataan yang ditaipkan dalam tempoh satu minit dengan penggunaan kedua-dua alat dicatatkan seperti yang berikut:

Kerani	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Mesin taip, X	63	72	85	97	82	101	73	62	58	75
Komputer, Y	68	80	95	93	80	106	82	78	65	83

- (i) Nyatakan andaian-andaian bagi analisis data di atas.
 - (ii) Adakah data ini bukti cukup bahawa lebih banyak perkataan dapat ditaip dalam tempoh satu minit jika mesin taip digantikan dengan komputer? Uji pada aras keertian 10%.
- (b) Pembolehubah rawak X ialah panjang suatu larian digit-digit yang sama yang dihasilkan oleh suatu penjana nombor rawak. Jika penjana nombor rawak tersebut berfungsi dengan betul, kebarangkalian bahawa panjang suatu larian ialah k diberikan oleh taburan Geometrik seperti yang berikut:

$$P(X = k) = 0.9(0.1)^{k-1}, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

Suatu urutan digit-digit rawak dijanakan dan hasil yang berikut diperolehi:

Panjang larian, X	1	2	3	4	5	≥ 6
Kekerapan	8083	825	75	9	1	0

Pada aras keertian 10%, jalankan ujian khi kuasa-dua untuk menentukan sama ada penjana nombor rawak tersebut berfungsi dengan betul.

- (b) Data yang berikut menunjukkan isipadu gas dan tekanannya apabila gas tersebut dimampatkan pada suatu suhu malar.

Isipadu, $x \text{ in}^3$	50	30	20	10	5
Tekanan, $y \text{ lb/in}^2$	16.0	40.1	78.0	190.5	532.2
$\ln x$	3.91	3.40	2.99	2.30	1.61
$\ln y$	2.77	3.69	4.36	5.25	6.28

$$\begin{aligned} \sum x &= 115 & \sum x^2 &= 3925 \\ \sum y &= 856.8 & \sum y^2 &= 327475.1 & \sum xy &= 8129 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum \ln x &= 14.22 & \sum (\ln x)^2 &= 43.74 \\ \sum \ln y &= 22.35 & \sum (\ln y)^2 &= 107.25 & \sum (\ln x)(\ln y) &= 58.64 \end{aligned}$$

- (i) Lukiskan gambarajah sebaran bagi nilai-nilai $\ln y$ berlawanan nilai-nilai $\ln x$.
- (ii) Berdasarkan gambarajah serakan data di atas, tunjukkan bahawa hubungan $y = ax^b$, a dan b pemalar-pemalar, adalah suatu model yang munasabah.
- (iii) Dapatkan persamaan anggaran bagi garis regresi $\ln y$ terhadap $\ln x$ dan seterusnya, dapatkan nilai anggaran bagi a dan b .
- (iv) Anggarkan tekanan gas tersebut apabila ia dimampatkan ke isipadu 15 in^3 .

[100 markah]