

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 2003/2004

April 2004

MAT 122 – Persamaan Pembezaan I

Masa : 3 jam

ARAHAN KEPADA CALON

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT [4]** soalan di dalam **TIGA [3]** halaman muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA** soalan.

1. (a) Cari penyelesaian am persamaan pembezaan yang berikut:

(i) $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + 1}{4xy}$

(ii) $(2xy + 3y^2)dx - (2xy + x^2)dy = 0$

(iii) $\frac{dy}{dx} + 3y = 3x^2 e^{-3x}$

[60 markah]

- (b) Buktikan bahawa jika y_1 dan y_2 adalah dua penyelesaian persamaan pembezaan linear homogen

$$a(x)\frac{d^2y}{dx^2} + b(x)\frac{dy}{dx} + c(x)y = 0$$

maka $c_1 y_1 + c_2 y_2$ dengan c_1 dan c_2 pemalar sebarang adalah juga penyelesaian bagi persamaan pembezaan linear homogen yang sama.

[40 markah]

2. (a) Pertimbangkan persamaan pembezaan $\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = g(x)$.

Dapatkan penyelesaian amnya jika

(i) $g(x) = 2e^{4x}$

(ii) $g(x) = 2e^x - 10 \sin x$

[50 markah]

- (b) Jika suatu litar elektrik mengandungi satu rintangan R (ohm) dan satu pemampat kapasitan C (farad) disambung secara siri dengan beza upaya E (volt) maka cas q (coulomb) pada pemampat diberi oleh persamaan

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E(t)$$

Jika $R = 10$ ohm, $C = 10^{-3}$ farad dan $E(t) = 100 \sin 120\pi t$ volt

- (i) cari q , andaikan $q = 0$ apabila $t = 0$.

- (ii) guna $i = \frac{dq}{dt}$ untuk mencari i dengan andaian $i = 5$ ampiar apabila $t = 0$.

[50 markah]

3. (a) Cari nilai A supaya persamaan pembezaan $(x^2 + 3xy)dx + (Ax^2 + 4y)dy = 0$ adalah persamaan tepat. Kemudian dapatkan penyelesaian amnya.

[40 markah]

- (b) Gunakan kaedah Euler bagi lebar langkah, $h = 0.2$, untuk mendapatkan penyelesaian hampiran masalah nilai awal

$$\frac{dy}{dx} = x^2 + y^2$$

$$y(0) = 1$$

pada selang $[0, 1]$.

[60 markah]

4. (a) Seorang ahli payung terjun berjisim 60kg. telah terjun dari sebuah helikopter pada ketinggian 5km. Andaikan penerjun terjun secara tegak dengan halaju awal sifar dan rintangan udara arah ke atas yang dialaminya sebesar R Newton di mana

$$R = (0.0096)(760v + 10v^2), \quad v \text{ halaju penerjun.}$$

Sekiranya penerjun itu tidak membuka payung terjunnya, dengan menggunakan Hukum Newton Kedua, dapatkan persamaan pembezaan yang menerangkan peristiwa ini. Kemudian kira halaju ahli payung terjun itu pada ketika daya tarikan graviti sama dengan R . Ambil pecutan graviti, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ dan daya tarikan graviti ialah jisim darab pecutan graviti.

[50 markah]

- (b) Selesaikan

$$\frac{dx_1}{dt} = -4x_1 - 6x_2 + 6e^{2t}$$

$$\frac{dx_2}{dt} = x_1 + x_2 + 3e^{2t}$$

$$x_1(0) = -2, \quad x_2(0) = -4$$

[50 markah]