

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 2004/2005

Mei 2005

MAT 101 - KALKULUS

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT [4]** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **semua EMPAT [4]** soalan.

1. (a) Cari had-had yang berikut :

$$(i) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{2x-3} + \frac{1}{3} \right)$$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow 1^-} \left(\frac{|x^2 - 1|}{x^2 - 1} + 2x + 1 \right)$$

$$(iii) \lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{3}{2}} \left(\sqrt{x^3 + 1} - \sqrt{x^3 - 1} \right)$$

$$(iv) \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \sin^2 \frac{1}{x}$$

(b) Jika $g(x) = \frac{\ln(x^2 - 1)}{x^2 - 2x}$, cari subset dari \mathcal{R} yang terbesar supaya g tertakrif padanya.

(c) Pertimbangkan persamaan $x^9 + 5x - 2 = 0$.

(i) Tunjukkan bahawa persamaan ini mempunyai suatu penyelesaian pada selang $[0, 1]$.

(ii) Adakah penyelesaian persamaan ini unik pada \mathcal{R} ?
Berikan alasan.

(100 markah)

2. (a) Dengan menggunakan takrif had, tunjukkan bahawa

$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 - 5x + 9 = 3.$$

(b) Andaikan $f(x) = x^3 - 100 + \int_0^{2x} \frac{\tan^2 t}{\sqrt{t^5 + 5}} dt$, $x > 0$.

Adakah f fungsi yang monokok atau menyusut ? Berikan alasan.

(c) Andaikan fungsi $f : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ selanjar pada 0 dan

$$f(a+b) = f(a) + f(b), \quad \forall a, b \in \mathfrak{R}.$$

(i) Buktikan bahawa $f(0) = 0$.

(ii) Tunjukkan bahawa f adalah selanjar pada setiap $x \in \mathfrak{R}$.

(iii) Jika f juga terbezakan pada 0, tunjukkan bahawa

$$f'(x) = f'(0) \text{ bagi setiap } x \in \mathfrak{R}.$$

(100 markah)

3. (a) Diberi $f(x) = \frac{1+x}{\sqrt{1+2x}}$, $x \in \left[-\frac{1}{3}, 1\right]$.

(i) Cari maksimum dan minimum f pada selang ini.

(ii) Dengan menggunakan hasil bahagian (i), tunjukkan bahawa

$$\frac{4}{3} \leq \int_{-\frac{1}{3}}^1 f(x) dx \leq \frac{8\sqrt{3}}{9}.$$

(iii) Cari hasil tambah atas bagi f pada partisi $P = \left\{-\frac{1}{3}, 0, \frac{1}{2}, 1\right\}$.

(b) (i) Andaikan fungsi f selanjar pada $[a, b]$ dan terbezakan pada (a, b) . Tuliskan hasil yang dijamin oleh teorem nilai min bagi f pada $[a, b]$.

(ii) Dengan menggunakan teorem nilai min, anggarkan $\sqrt{16.1}$ dan dapatkan ralat anggaran ini.

(100 markah)

4. (a) Andaikan $f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0 \\ x^2 - \sin x, & 0 < x < \pi \\ \frac{a}{x}, & x \geq \pi \end{cases}$.

(i) Cari a supaya f selanjar pada $x = \pi$.

(ii) Tentukan sama ada f terbezakan pada $x = 0$.

Jika ya, apakah nilai $f'(0)$?

(b) Kamirkan yang berikut :

(i) $\int (\sqrt{\sin x} + \cos x)^2 dx$

(ii) $\int x \sec^2 4x dx$

(iii) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}$

(iv) $\int x \sqrt{1-x^4} dx$

(100 markah)

-ooo000ooo-