

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2003/2004

Februari/Mac 2004

MAA 111 – ALJABAR UNTUK PELAJAR SAINS

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **DUA BELAS [12]** soalan di dalam **EMPAT [4]** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **semua** soalan.

1. Katakan $A = (a_{ij})_{5 \times 5}$, $B = (b_{ij})_{5 \times 5}$ dan $C = (c_{ij})_{5 \times 5}$ dengan

$$a_{ij} = i - j$$

$$b_{ij} = j$$

$$c_{ij} = i + j$$

- Dapatkan (a) lajur kelima daripada BC .
 (b) pemasukan (4,5) daripada ABC .

[8 markah]

2. Katakan $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 5 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

- (a) Cari A^{-1} .

- (b) Selesaikan X jika $(B^{-1}A^T)X = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.

[10 markah]

3. Katakan $A = (a_{ij})_{m \times p}$ dan $B = (b_{ij})_{p \times n}$, buktikan bahawa $(AB)^T = B^T A^T$.

[5 markah]

4. Katakan matriks $A_{3 \times 3}$ diperturunkan kepada $B_{3 \times 3}$ dengan beberapa operasi permulaan berikut:

$$A \xrightarrow{R_3^1} A_1 \xrightarrow{R_3^2(-5)} A_2 \xrightarrow{R_2(-1)} A_3 \xrightarrow{R_3\left(\frac{1}{3}\right)} A_4 \xrightarrow{R_2^3} B$$

- (a) jika $MA_1 = B$, tentukan M^{-1} .
 (b) jika $|B| = 15$, cari $|A|$

[10 markah]

5. Tentukan nilai a , dan b sehingga sistem persamaan berikut:

$$\begin{aligned}ax + ay + 4z &= 4 \\ax + bz &= 2 \\ay + 2z &= b\end{aligned}$$

- (a) mempunyai penyelesaian unik.
(b) mempunyai penyelesaian tak terhingga banyaknya.
(c) tak konsisten.

[10 markah]

6. Katakan $P = (p_{ij})_{n \times n}$ dan $Q = (q_{ij})_{n \times n}$, buktikan bahwa

$$\det(PQ) = (\det P)(\det Q)$$

[7 markah]

7. Bagi setiap set berikut, tentukan sama ada ia merupakan suatu subruang bagi ruang vektor berkenaan.

(a) $S = \{A \mid A^T = A^{-1}\} \subset M_{n \times n}$

(b) $T = \left\{ \begin{pmatrix} a-b \\ b+c \\ a \\ b+c \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{R} \right\} \subset \mathbb{R}^4$

[10 markah]

8. Diberi $v_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & -1 \end{bmatrix}$, $v_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -2 & -2 & 4 \end{bmatrix}$, $v_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

Adakah $\{v_1, v_2, v_3\}$ suatu asas bagi $M_{2 \times 3}$?

[8 markah]

