UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2004/2005

Mac 2005

MAA 161 – STATISTIK UNTUK PELAJAR SAINS

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **TUJUH [7]** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **semua EMPAT** soalan.

...2/-

1. (a) Masa yang diambil oleh 40 orang pelari 100 meter untuk menamatkan larian di sebuah sekolah adalah seperti yang berikut:

Masa (x saat)	Bilangan pelari
$11.5 < x \leq 12.0$	2
$12.0 < x \leq 12.5$	5
$12.5 < x \leq 13.0$	9
$13.0 < x \leq 13.5$	13
$13.5 < x \leq 14.5$	8
$14.5 < x \leq 16.0$	3

$$\sum x_i f_i = 529.5 \quad ; \quad \sum x_i^2 f_i = 7037.5$$

(i) Pada puratanya, berapakah masa yang diambil oleh seorang pelari 100 meter?

(ii) Hitung sisihan piawai dan median masa yang diambil.

(iii) Cari pangkat peperseratus bagi masa 14.0 saat.

(iv) Jika 15% daripada pelari tersebut akan dipilih untuk mewakili sekolah dalam acara sukan, cari masa maksimum yang diambil untuk pelari yang dipilih

(v) Gunakan Teorem Chebyshev untuk mendapatkan suatu selang masa yang diambi l oleh sekurang-kurangnya 65% daripada pelari-pelari tersebut.

[35 markah]

(b) Di sebuah kotaraya, terdapat 70% daripada kereta-kereta yang berasal dari negeri A, 20% dari negeri B dan bakinya dari negeri C. Sebuah sampel sejumlah 10 buah kereta dipilih secara rawak.
Hitung kebarangkalian bahawa dalam sampel tersebut terdapat lebih daripada 5 buah kereta negeri A, dan lebih daripada 2 buah kereta negeri B.

[15 markah]

(c) Seorang budak lelaki mempunyai suatu set 12 buah bata permainan plastik iaitu 5 daripadanya berwarna merah, 4 biru dan 3 kuning. Bata-bata ini tidak dapat dibezakan antara satu sama lain selain daripada warna. Budak ini mencampakkan 3 buah bata yang dipilih secara rawak melalui suatu tingkap terbuka.

(i) Cari kebarangkalian bahawa ketiga-tiga bata berlainan warna..

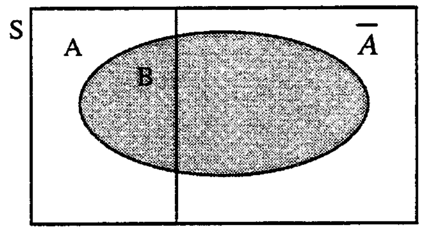
(ii) Cari jangkaan bagi bilangan bata kuning yang dicampak. Ulaskan jawapan anda.

(iii) Ibunya menjumpai hanya sebuah daripada tiga buah bata itu dan warna bata yang dijumpainya ialah kuning. Apakah kebarangkalian bahawa ketiga-tiga bata itu berlainan warna?

[30 markah]

(d) Dengan mempertimbangkan rajah di bawah yang mewakili ruang sampel S, untuk $A \cup \overline{A}$ di mana B ialah sebarang peristiwa bagi S sedemikian $P(B) \neq 0$, tunjukkan bahawa

$$P(A \mid B) = \frac{P(A) \cdot P(B \mid A)}{P(A) \cdot P(B \mid A) + P(\overline{A}) \cdot P(B \mid \overline{A})}$$



[20 markah]

2. (a) Sebuah syarikat pengeluar sejenis jenama televisyen mendapati 10% daripada tiub televisyen keluarannya akan rosak sebelum tamat tempoh jaminan.

(i) Berapakah kebarangkalian bahawa sekurang-kurangnya 20 daripada 25 jualan berikutan tidak akan rosak sebelum tamat tempoh jaminan?
(ii) Jika 100 tiub dijual, berapakah bilangan tiub yang dijangka akan diganti syarikat disebabkan kerosakan tiub berlaku semasa tempoh jaminan?
(iii) Daripada 100 tiub yang dijual, dapatkan kebarangkalian bahawa sekurang-kurangnya 85 tiub tidak akan rosak sebelum tempoh jaminan tamat.

[30 markah]

(b) Seorang pekebun sayur bercadang untuk memasarkan ubi keledek yang dihasil dari kebunnya ke sebuah pasar raya. Jisim ubi keledek , X , yang dihasil tertabur secara normal dengan min 97 gram dan sisihan piawai 5 gram. Hanya ubi keledek yang jisimnya di antara 95 gram hingga 105 gram sahaja yang diterima oleh pasar raya itu.

(i) Cari peratusan ubi keledek yang diterima oleh pasar raya itu.
(ii) Tentukan median jisim ubi keledek yang diterima oleh pasar raya itu.
(iii) Jika $P(X \leq a) = 3\,P(X > a)$, tentukan nilai a ?
(iv) Tentukan saiz sampel rawak yang diperlukan supaya min sampel berada dalam lingkungan 10 gram daripada min populasi dengan kebarangkalian 0.95.

[40 markah]

(c) Satu sampel rawak $x_1, x_2, \ldots\ldots, x_{100}$ diambil daripada satu populasi yang bertaburan normal dengan min μ dan varians 25. Satu ujian dijalankan dengan hipotesis nol $\mu = 20$ terhadap hipotesis alternatif $\mu < 20$ dan kebarangkalian ralat jenis I ialah 5%.

(i) Cari kawasan penerimaan dan kawasan penolakan dalam sebutan $\overline{X}$.
(ii) Bagi kes μ =15, cari kebarangkalian ralat jenis II dan kuasa ujian.

[30 markah]

3. (a) (i) Mengikut eori genetik, $\frac{1}{4}$ daripada kumpulan pohon tertentu sepatutnya berbunga merah. Satu sample rawak 14 pohon telah dikaji dan didapati bahawa enam pohon berbunga merah. Adakah ini membuktikan secara bererti pada aras keertian 5% untuk menolak hipotesis?

(ii) Satu sample rawak 00 peti telefon Bandar A diperiksa dan 38 daripadanya didapati rosak. Satu sampel rawak 50 peti telefon di Bandar B juga diperiksa dan 24 daripadanya didapati rosak.
Cari ralat maksimum yang berlaku dengan kebarangkalian 0.97 bagi kadaran peti telefon yang rosak di kedua-dua bandar A dan B.
Seterusnya bina selang keyakinan bagi perbezaan kadaran peti telefon yang rosak di kedua-dua bandar tersebut.

[30 markah]

(b) Satu ujikaji telah dijalankan untuk membandingkan hasil yang diperoleh daripada dua jenis gandum C dan D. Tujuh ladang telah dipilih secara rawak bagi ujikaji tersebut dan hasil dalam ton metrik per hektar untuk setiap jenis gandum pada setiap ladang adalah seperti yang berikut:

Ladang	Hasil jenis C	Hasil jenis D
1	4.6	4.1
2	4.8	4.0
3	3.2	3.5
4	4.7	4.1
5	4.3	4.5
6	3.7	3.3
7	4.1	3.8

(i) Jalankan satu ujian hipotesis untuk menentukan sama ada min hasil adalah sama bagi kedua-dua jenis gamdum. Uji pada $\alpha = 0.05$.
(ii) Cari nilai-p.

[30 markah]

(c) Kandungan selulos daripada daun sejenis pokok telah diperoleh. Sampel daun-daun diambil secara rawak daripada 2 lokasi yang berlainan. Keputusannya adalah seperti yang berikut:

Lokasi A : $\sum x_i = 162.1$; $\sum x_i^2 = 2391.39$; $n_A = 11$
Lokasi B : $\sum y_i = 127.4$; $\sum y_i^2 = 1808.7$; $n_B = 9$

Andai varians populasi bagi lokasi A dan B ditandakan sebagai σ_A^2 dan σ_B^2 masing-masing dan anggap bahawa taburan selulos adalah normal.

(i) Jika $P(L < \sigma_B^2) = 0.01$, cari nilai L.

(ii) Bina selang keyakinan 95% bagi $\dfrac{\sigma_A^2}{\sigma_B^2}$. Tafsirkan jawapan anda

(iii) Uji pada $\alpha = 0.01$ sama ada $\sigma_A^2 = \sigma_B^2$

(iv) Berdasarkan pada keputusan di bahagian (iii), cari selang keyakinan bagi beza min kandungan selulos kedua-dua lokasi.

[40 markah]

4. (a) Yang berikut adalah sebaran pemancaran harian sulfur dioksid oleh loji perindustrian.

Sulfur Dioksid (Tan), X	Kekerapan	Kebarangkalian, $P(X)$
5.0 - 8.9	3	
9.0 - 12.9	10	0.1071
13.0 - 16.9	14	0.2223
17.0 - 20.9	25	
21.0 - 24.9	17	
25.0 - 28.9	9	0.1013
29.0 - 32.9	2	
Jumlah	80	1.0000

Bagi data di atas, min sampel, $\overline{X} = 18.85$ dan sisihan piawai sampel, s = 5.55.

(i) Lengkapkan jadual di atas dengan mencari kebarangkalian pembolehubah rawak yang bertaburan normal.

(ii) Seterusnya uji pada aras keertian 0.05 sama ada sulfur dioksid boleh dikatakan sebagai sampel rawak daripada populasi normal.

[35 markah]

(b) Suatu kajian mengenai perhubungan antara panjang masa seseorang terdedah dengan paras bising yang tinggi dan julat kekerapan bunyi terhadap pendengaran seseorang telah dijalankan. Berikutnya ialah panjang masa seseorang yang menetap berhampiran lapangan terbang (dihampirkan kepada minggu yang terdekat), X dan julat pendengaran (dalam ribuan kitaran per saat), Y.

X	47	56	116	178	19	75	160	31	12	164	43	74
Y	15.1	14.1	13.2	12.7	14.6	13.8	11.9	14.8	15.3	12.6	14.7	14.0

$\sum x = 975$; $\sum y = 166.8$; $\sum x^2 = 117397$

$\sum y^2 = 2331.54$; $\sum xy = 12884.4$

(i) Anggarkan hubungan antara panjang masa seseorang yang menetap berhampiran lapangan terbang dan julat pendengarannya dengan menggunakan kaedah kuasa dua terkecil.

(ii) Anggarkan julat pendengaran seseorang yang telah terdedah dengan bising lapangan terbang selama setahun.

(iii) Berapa peratuskah ubahan julat pendengaran yang boleh diterangkan oleh panjang masa seseorang menetap berhampiran lapangan terbang?

(iv) Andaikan telah didakwa bahawa julat pendengaran seseorang menyusut sebanyak 0.02 ribuan kitaran per saat bagi setiap minggu seseorang yang telah menetap berhampiran lapangan terbang.
Uji dakwaan tersebut pada aras keertian 0.05.

[40 markah]

(c) (i) Berikan suatu pernyataan teorem had memusat.

(ii) Apakah min dan varians bagi taburan min sampel bersaiz n yang diambil daripada populasi tak terhingga dengan min μ dan varians σ^2?

(iii) Apakah kebarangkalian bahawa ralat akan kurang daripada 5 apabila min bagi sample rawak bersaiz $n = 64$ digunakan untuk menganggar min populasi tak terhingga dengan $\sigma = 20$?

[25 markah]

LAMPIRAN

RUMUS
MAA 161 – Statistik Untuk Pelajar Sains

Selang Keyakinan:

$$\bar{X} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\bar{X} \pm t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$\hat{p} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

$$(\hat{p}_x - \hat{p}_y) \pm z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}_x(1-\hat{p}_x)}{n_x} + \frac{\hat{p}_y(1-\hat{p}_y)}{n_y}}$$

$$(\bar{X} - \bar{Y}) \pm Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n_x} + \frac{\sigma_y^2}{n_y}}$$

$$\left(\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}}, \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}} \right)$$

$$\left(\frac{s}{1+\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{2n}}}, \frac{s}{1-\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{2n}}} \right)$$

$$\left(\frac{s_1^2}{s_2^2} F_{1-\frac{\alpha}{2},(v_2,v_1)}, \frac{s_1^2}{s_2^2} F_{\frac{\alpha}{2},(v_2,v_1)} \right)$$

Statistik Ujian :

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{s / \sqrt{n}}$$

$$T = \frac{\bar{d} - \mu_d}{s_d / \sqrt{n_d}}$$

$$T = \frac{b - \beta_1}{s_b}$$

$$T = r\sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}$$

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$$

$$Z = \frac{s - \sigma}{\sigma / \sqrt{2n}}$$

$$Z = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_x - \mu_y)}{\sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n_x} + \frac{\sigma_y^2}{n_y}}}$$

$$T = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_x - \mu_y)}{\sqrt{S_p^2\left(\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y}\right)}}$$

$$S_p^2 = \frac{(n_x - 1)s_x^2 + (n_y - 1)s_y^2}{n_x + n_y - 2}$$

$$Z = \frac{(\hat{p}_x - \hat{p}_y) - (p_x - p_y)}{\sqrt{\frac{p_x(1-p_x)}{n_x} + \frac{p_y(1-p_y)}{n_y}}}$$

$$Z = \frac{(\hat{p}_x - \hat{p}_y) - (p_x - p_y)}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y}\right)}}$$

$$F = \frac{s_x^2}{s_y^2}$$

$$dk = \frac{\left(\frac{s_x^2}{n_x} + \frac{s_y^2}{n_y}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_x^2}{n_x}\right)^2}{n_x - 1} + \frac{\left(\frac{s_y^2}{n_y}\right)^2}{n_y - 1}}$$

$$\chi^2 = \sum \frac{(O-E)^2}{E}, \quad E = np$$

Analisis Regresi /Korelasi

$$s_e = \sqrt{\frac{S_{YY} - bS_{XY}}{n-2}} \quad ; \quad s_b = \frac{s_e}{\sqrt{S_{XX}}} \quad ; \quad r = \frac{S_{XY}}{\sqrt{S_{XX} \cdot S_{YY}}}$$

-ooo000ooo-