

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

**Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2003/2004**

Februari/Mac 2004

MAA 111 – ALJABAR UNTUK PELAJAR SAINS

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **DUA BELAS [12]** soalan di dalam **EMPAT [4]** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab semua soalan.

1. Katakan $A = \begin{pmatrix} a_{ij} \end{pmatrix}_{5 \times 5}$, $B = \begin{pmatrix} b_{ij} \end{pmatrix}_{5 \times 5}$ dan $C = \begin{pmatrix} c_{ij} \end{pmatrix}_{5 \times 5}$ dengan

$$\begin{aligned} a_{ij} &= i - j \\ b_{ij} &= j \\ c_{ij} &= i + j \end{aligned}$$

Dapatkan (a) lajur kelima daripada BC .

(b) pemasukan (4,5) daripada ABC .

[8 markah]

2. Katakan $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 5 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

(a) Cari A^{-1} .

(b) Selesaikan X jika $(B^{-1}A^T)X = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.

[10 markah]

3. Katakan $A = \begin{pmatrix} a_{ij} \end{pmatrix}_{m \times p}$ dan $B = \begin{pmatrix} b_{ij} \end{pmatrix}_{p \times n}$, buktikan bahawa $(AB)^T = B^T A^T$.

[5 markah]

4. Katakan matriks $A_{3 \times 3}$ diperturunkan kepada $B_{3 \times 3}$ dengan beberapa operasi permulaan berikut:

$$A \xrightarrow{R_3^1} A_1 \xrightarrow{R_3^2(-5)} A_2 \xrightarrow{R_2(-1)} A_3 \xrightarrow{R_3\left(\frac{1}{3}\right)} A_4 \xrightarrow{R_2^3} B$$

(a) jika $MA_1 = B$, tentukan M^{-1} .

(b) jika $|B| = 15$, cari $|A|$

[10 markah]

5. Tentukan nilai a, dan b sehingga sistem persamaan berikut:

$$ax + ay + 4z = 4$$

$$ax + bz = 2$$

$$ay + 2z = b$$

- (a) mempunyai penyelesaian unik.
- (b) mempunyai penyelesaian tak terhingga banyaknya.
- (c) tak konsisten.

[10 markah]

6. Katakan $P = (p_{ij})_{n \times n}$ dan $Q = (q_{ij})_{n \times n}$, buktikan bahawa

$$\det(PQ) = (\det P)(\det Q)$$

[7 markah]

7. Bagi setiap set berikut, tentukan sama ada ia merupakan suatu subruang bagi ruang vektor berkenaan.

$$(a) S = \{A \mid A^T = A^{-1}\} \subset M_{n \times n}$$

$$(b) T = \left\{ \begin{pmatrix} a-b \\ b+c \\ a \\ b+c \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{R} \right\} \subset \mathbb{R}^4$$

[10 markah]

8. Diberi $v_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & -1 \end{bmatrix}$, $v_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -2 & -2 & 4 \end{bmatrix}$, $v_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

Adakah $\{v_1, v_2, v_3\}$ suatu asas bagi $M_{2 \times 3}$?

[8 markah]

9. Katakan $A = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 6 & 8 \\ 2 & -1 & 3 & 2 \\ 4 & -5 & 9 & 10 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

Tentukan suatu asas bagi

- (a) ruang nol A .
- (b) ruang baris A .
- (c) ruang lajur A .

[6 markah]

10. $W_1 = \left\{ \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \mid a + 2b - c = 0, a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$ dan $W_2 = \left\{ \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \mid b = a - 1, a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$

adalah subruang daripada \mathbb{R}^3 . Dapatkan

- | | |
|--------------------------|-----------------------|
| (a) $\dim(W_1)$ | (b) $\dim(W_2)$ |
| (c) $\dim(W_1 \cap W_2)$ | (d) $\dim(W_1 + W_2)$ |

[10 markah]

11. Pertimbangkan matriks A berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 8 & 16 \\ 4 & 1 & 8 \\ -4 & -4 & -11 \end{bmatrix}$$

- (a) Tentukan semua nilai eigen bagi A dan A^{-1} .
- (b) Cari semua vektor eigen bagi A dan seterusnya bentukkan matriks P dan D yang mana $P^{-1}AP = D$.

[10 markah]

12. Jika $\{u, v, w, z\}$ tak bersandar linear, tentukan sama ada $\{u+v, v+w, w+z, z+u\}$ bersandar linear atau tidak.

[6 markah]