

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 2003/2004

April 2004

MAA 111 – Aljabar Untuk Pelajar Sains

Masa : 3 jam

ARAHAN KEPADA CALON

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **DUA BELAS [12]** soalan di dalam **EMPAT [4]** halaman muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA** soalan.

1. Cari matriks A jika $(A^T - 5I)^{-1} = 2 \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$.

[5 markah]

2. Katakan $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -6 & 0 & -2 \\ 8 & -1 & 5 \end{bmatrix}$.

(a) Cari A^{-1} .

(b) Tulis A dan A^{-1} sebagai hasil darab MBP.

[8 markah]

3. Katakan $A = (a_{ij})_{p \times q}$, $B = (b_{ij})_{n \times p}$ dan $C = (c_{ij})_{n \times p}$, buktikan bahawa $(B-C)A = BA - CA$.

[5 markah]

4. Tentukan nilai c jika matriks A berikut tak singular.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -c \\ -1 & 3 & 1 \\ 0 & 2c & -4 \end{bmatrix}$$

[5 markah]

5. Tentukan nilai a sehingga sistem persamaan berikut:

$$ax + y + 5z = 4$$

$$x + ay + 4z = a$$

$$x + y + 3z = a$$

(a) mempunyai penyelesaian unik.

(b) mempunyai penyelesaian tak terhingga banyaknya.

(c) tak konsisten.

[10 markah]

6. Katakan $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} a-p & b-q & c-r \\ 3p & 3q & 3r \\ 2x & 2y & 2z \end{bmatrix}$.

- (a) Tentukan $|B|$ jika $|A| = 5$.
 (b) Cari C^{-1} jika $CA = B$.

[12 markah]

7. Bagi setiap set berikut, tentukan sama ada ia merupakan suatu subruang bagi ruang vektor berkenaan.

- (a) $S = \{x \mid Ax = \tilde{0}, A \in M_{n \times n}\} \subset \mathbb{R}^n$
 (b) $T = \left\{ \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & 0 & 0 \end{bmatrix} \mid b = a + c, a, c, d \in \mathbb{R} \right\} \subset M_{2 \times 3}$

[10 markah]

8. Katakan $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$

Tentukan suatu asas bagi

- (a) ruang nol A .
 (b) ruang baris A .
 (c) ruang lajur A .

[8 markah]

9. Diberi $v_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$, $v_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $v_3 = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$, $v_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$.

Adakah $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ suatu asas bagi $M_{2 \times 2}$?

[10 markah]

10. Pertimbangkan matriks A berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -2 \\ 2 & 5 & 4 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

- (a) Tentukan semua nilai eigen bagi A .
 (b) Cari semua vektor eigen bagi A dan seterusnya bentuk matriks P dan D yang mana $P^{-1}AP = D$.

[10 markah]

11. $W_1 = \left\{ \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \mid a = b - c, \ b, c \in \mathbb{R} \right\}$ dan $W_2 = \left\{ \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \mid b = 2a, \ c = 3a, \ a \in \mathbb{R} \right\}$

adalah subruang daripada \mathbb{R}^3 . Dapatkan

- (a) $\dim(W_1 \cap W_2)$
 (b) $\dim(W_1 + W_2)$

[10 markah]

12. Jika $\{u, v, w\}$ tak bersandar linear, tentukan sama ada $\{2u + w, u + 3w, v\}$ tak bersandar linear atau sebaliknya.

[7 markah]