

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 2004/2005

Oktober 2004

MAA 111 – ALJABAR UNTUK PELAJAR SAINS

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT [4]** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **semua dua belas** soalan.

...2/-

1. (a) Turunkan matriks $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ ke bebt.
- (b) Jika $CB = \text{bebt } B$, dapatkan matriks C .

[10 markah]

2. Jika $\det \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = -2$, hitungkan $\det \begin{bmatrix} 2b & 0 & 4d \\ 1 & 2 & -2 \\ a+1 & 2 & 2(c-1) \end{bmatrix}$

[5 markah]

3. Cari vektor baris X dan Y jika

$$X + 2Y = [1 \ 3 \ -2]$$

$$X + Y = [2 \ 0 \ 1]$$

[10 markah]

4. Katakan A dan B adalah matriks tak singular.

- (a) Tunjukkan bahawa $A^{-1} + B^{-1} = A^{-1}(A+B)B^{-1}$
- (b) Jika $(A+B)$ tak singular, buktikan bahawa $(A^{-1} + B^{-1})$ tak singular juga

[10 markah]

5. Bagi sistem persamaan linear

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -c \\ -1 & 3 & 1 \\ 0 & 2c & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

tentukan nilai-nilai c yang akan menyebabkan ia

- (i) mempunyai penyelesaian unik.
- (ii) mempunyai penyelesaian yang tak terhingga banyaknya.
- (iii) tak konsisten.

[10 markah]

6. Jika $A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & -1 \end{bmatrix}$, dapatkan $\text{adj } A$.

[5 markah]

7. Bagi setiap set berikut, tentukan sama ada ia merupakan suatu subruang bagi ruang vektor berkenaan.

(a) $S = \{A \mid A \text{ adalah matriks simetri pencong}\} \subset M_{n \times n}$

(b) $T = \left\{ \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} \mid c = a + 2b \text{ dan } d = a - 3b, a, b, c, d \in R \right\} \subset R^4$

[10 markah]

8. Diberi $V_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $V_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$, $V_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $V_4 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$.

Adakah $\{V_1, V_2, V_3, V_4\}$ suatu asas bagi $M_{2 \times 2}$?

[8 markah]

9. Katakan $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ -2 & -2 & 1 & -5 \\ 1 & 1 & -1 & 3 \\ 4 & 4 & -1 & 9 \end{bmatrix}$

Tentukan suatu asas bagi

- (a) ruang nol A .
- (b) ruang baris A .
- (c) ruang lajur A .

[8 markah]

$$10. \quad W_1 = \left\{ \begin{bmatrix} a+b & a-b \\ a & b \end{bmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\} \text{ dan } W_2 = \left\{ \begin{bmatrix} a-b & b+c \\ a & b+c \end{bmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$$

adalah subruang daripada $M_{2 \times 2}$. Dapatkan

- (a) $\dim (W_1 \cap W_2)$
 (b) $\dim (W_1 + W_2)$

[10 markah]

11. Pertimbangkan matriks A berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 8 & 16 \\ 4 & 1 & 8 \\ -4 & -4 & -11 \end{bmatrix}$$

- (a) Tentukan semua nilai eigen bagi A .
 (b) Cari semua vektor eigen bagi A dan seterusnya bentuk matriks P dan D yang mana $P^{-1}AP = D$.

[8 markah]

12. Jika $\{\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}\}$ tak bersandar linear, tentukan sama ada $\{\mathbf{u} - 4\mathbf{w}, 5\mathbf{u} - 5\mathbf{v} - 6\mathbf{w}, 3\mathbf{u} - 5\mathbf{v} + 2\mathbf{w}\}$ bersandar linear atau tidak.

[6 markah]