

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 2004/2005

Mei 2005

MAA 102 – KALKULUS UNTUK PELAJAR SAINS II

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **TIGA [3]** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **semua sepuluh** soalan.

...2/-

1. Jika $u = xy e^y$, cari $u_{xy} - u_{yx}$.

[5 markah]

2. Jika $z = f\left(\frac{x^2}{a} - \frac{y^2}{b}\right)$, f merupakan fungsi satu pembolehubah yang terbezakan dan a serta b adalah pemalar, tunjukkan bahawa

$$f'(t) = \frac{1}{4} \left(\frac{a}{x} \frac{\partial z}{\partial x} - \frac{b}{y} \frac{\partial z}{\partial y} \right).$$

[6 markah]

3. Cari ralat maksimum yang wujud apabila kaedah Trapezium dengan 8 subselang digunakan untuk menganggarkan kamiran

$$\int_0^1 \cos(x^2) dx.$$

[6 markah]

4. Cari siri Maclaurin bagi xe^x . Seterusnya, gunakan keputusan ini untuk menunjukkan $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k+1}{k!} = 2e$

[7 markah]

5. Cari had a_n (jika wujud) :

$$(a) \quad a_n = \frac{\ln(e^n + 1)}{n}$$

$$(b) \quad a_n = \frac{n}{n+1} + \frac{2}{n^2}$$

[8 markah]

6. Cari jejari dan selang penumpuan siri kuasa $\sum_{n=1}^{\infty} (2n)!(x-1)^n$. [8 markah]

7. Populasi suatu negara bertambah pada kadar yang berkadar dengan bilangan penduduk pada ketika itu. Jika bilangan penduduk menjadi dua kali ganda dalam masa 5 tahun, berapa tahunkah yang diperlukan untuk populasi menjadi lima kali ganda?

[10 markah]

8. Tentukan sama ada kamiran tak wajar berikut menumpu atau mencapah.

$$(a) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} dx \qquad (b) \int_1^{\infty} \frac{x}{\sqrt{1+x^6}} dx$$

[10 markah]

9. (a) Tentukan sama ada persamaan pembezaan

$\frac{dy}{dx} = \frac{-(2xy + y^2 + 2x)}{x^2 + 2xy - 1}$ adalah tepat. Sekiranya persamaan pembezaan ini adalah tepat, cari penyelesaian khusus jika

$$y = 3 \text{ dan } x = 1.$$

- (b) Dengan menggunakan gantian yang sesuai, cari penyelesaian am persamaan pembezaan,

$$y^2 dy - \left(x^2 + \frac{y^3}{x} \right) dx = 0 .$$

[20 markah]

10. Uji penumpuan siri-siri berikut. Bagi siri selang-seli yang menumpu, tentukan sama ada penumpuan adalah secara mutlak atau bersyarat.

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+2}}{\pi^{n-2}}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{n^{0.1}} - \frac{1}{(n+1)^{0.1}} \right]$$

$$(c) \frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{3 \cdot 2} + \frac{1}{5 \cdot 2} - \frac{1}{7 \cdot 2} + \dots$$

[20 markah]