

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2003/2004

Februari / March 2004

MAA 102 - KALKULUS UNTUK PELAJAR SAINS II

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **SEPULUH [10]** soalan di dalam **EMPAT [4]** halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA** soalan.

1. Cari had-had berikut :

(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} (an + b)^{1/n}$, a, b – pemalar $+ve$

(b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 7n + 5}{100n^2 + 219}$

[8 markah]

2. Tentukan sama ada siri berikut menumpu atau mencapah :

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{5}{n(n+1)} - \left(-\frac{1}{2}\right)^n \right]$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{2^{1000n}}{n^{1/2}} \right]$

(c) $\sum_{n=2}^{\infty} \left[\frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} \right]$

[15 markah]

3. Cari selang penumpuan siri kuasa $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^n}{2^n n}$.

[15 markah]

4. Cari polinomial Taylor berdarjah 3 bagi $f(x) = \sqrt{x}$ sekitar $a = 1$.

Seterusnya, anggarkan $\sqrt{3/2}$ dengan polinomial Taylor berdarjah 3 di atas.

[6 markah]

5. Tentukan sama ada kamiran tak wajar berikut menumpu atau mencapah :

$$(a) \int_0^{\infty} \theta e^{-\theta} d\theta$$

$$(b) \int_0^2 f(x) dx, \quad f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}, & 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{1}{\sqrt[4]{(x-1)^3}}, & 1 < x < 2 \end{cases}$$

[15 markah]

6. Jika $U = \sin(x - at) + \ln(x + at)$, tunjukkan bahawa $U_{tt} = a^2 U_{xx}$.

[5 markah]

7. Jika $A = \frac{1}{2} xy \sin \theta$, $\frac{dx}{dt} = 3$, $\frac{dy}{dt} = -2$ dan $\frac{d\theta}{dt} = 0.05$, Cari $\frac{dA}{dt}$ bila $x = 40$, $y = 50$ dan $\theta = \pi/6$

[5 markah]

8. Cari ralat maksimum yang wujud apabila kaedah Trapezium dengan 10 subselang digunakan untuk menganggarkan kamiran $\int_0^1 e^{x^2} dx$.

[5 markah]

9. (a) Cari faktor pengamir persamaan pembezaan

$$x \frac{dy}{dx} - y = x^3 e^{x^2}, \quad x > 0$$

Seterusnya, cari penyelesaian persamaan tersebut bagi $y = 2$ bila $x = 2$.

- (b) Tunjukkan bahawa persamaan pembezaan

$$x dy - (y + \sqrt{xy}) dx = 0$$

adalah homogen. Seterusnya, selesaikan persamaan tersebut.

[16 markah]

10. Kadar penyejukan suatu objek berkadaran dengan beza antara suhu objek dengan suhu sekelilingnya.

Suatu objek bersuhu $20^\circ C$ diletakkan dalam satu bilik bersuhu $5^\circ C$.

Selepas 1 minit objek tersebut bersuhu $120^\circ C$. Cari masa objek akan menyejuk kepada $6^\circ C$.

[10 markah]