

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2004/2005

Mac 2005

MAA 101 – KALKULUS UNTUK PELAJAR SAINS I

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **LIMA [5]** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **semua SEPULUH [10]** soalan dalam **Bahagian A**.

Pilih dan jawab **DUA [2]** soalan dari **Bahagian B(1)** dan **DUA [2]** soalan dari **Bahagian B(2)**.

...2/-

Bahagian A: Jawab semua soalan

1. a) Selesaikan ketaksamaan berikut $\left| \frac{x+2}{x} \right| \geq \left| \frac{x-2}{x-4} \right|$.

b) Tentukan domain bagi fungsi $g(x) = \frac{\ln(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x^2-5x}}$.

[10 markah]

2. a) Tentukan sama ada fungsi berikut genap, ganjil atau bukan kedua-duanya

$$f(x) = x^4 - \sqrt{8}x^2 + 1.$$

b) Diberi $\lim_{x \rightarrow m} f(x) = -3$, $\lim_{x \rightarrow m} g(x) = \frac{1}{2}$ dan $\lim_{x \rightarrow m} h(x) = e^{\sqrt{2}}$

Nilaikan $\lim_{x \rightarrow m} \frac{f(x)}{\{g(x) - [\ln h(x)]^2\}}$.

[10 markah]

3. Dapatkan pemalar A dan B supaya f terbezakan pada $x = 1$

$$f(x) = \begin{cases} Ax + 3 & x < 1 \\ 5 & x = 1 \\ x^2 + B & x > 1 \end{cases}.$$

[10 markah]

4. a) Dapatkan terbitan bagi $\frac{d}{dx} \left(e^{x^2} \tan(\sqrt{3x}) \right)$.

b) Tentukan had bagi $\text{had}_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan^{-1}(4x)}$.

[10 markah]

5. Sebuah bekas empat segi terbuka yang akan dihasilkan perlu menampung 8 m^3 air. Diberi bahawa panjang bekas adalah dua kali lebar bekas. Bahan bagi tapak bekas bernilai RM20 dan dindingnya bernilai RM15 bagi setiap kaki persegi. Dapatkan kos termurah untuk menghasilkan bekas tersebut.

[10 markah]

6. Untuk fungsi $f(x) = x^2 + 1$, andaikan bahawa luas di bawah lengkung itu dari $x = 0$ ke $x = b$ adalah tiga kali lebih besar daripada luas dari $x = 0$ ke $x = a$. Apakah hubungan antara a dan b ?

[10 markah]

...3/-

7. Cari $\int e^e e^m dm$.

[10 markah]

8. Cari $\frac{d}{dx} \int_x^{x^3} \cos(y^2) dy$.

[10 markah]

9. Dapatkan $\int \sec^{-1} y dy$.

[10 markah]

10. Jika N ialah suatu integer positif, tunjukkan bahawa $\int_1^x \frac{dt}{t} \leq \int_1^x \frac{1}{t^{(N-1)/N}} dt$ untuk $x \geq 1$.

[10 markah]

Bahagian B(1): Jawab 2 soalan

1. Suatu lengkungan mempunyai persamaan $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 5$.

a) Diberi bahawa anggaran titik-titik persilangan pada paksi- x adalah 0.61 dan 2.72. Cari

- (i) titik genting dan jenisnya
- (ii) selang menokok dan menyusut
- (iii) selang kecengkungan

Seterusnya lakarkan graf fungsi di atas.

b) Pertimbangkan lengkung di atas bagi selang $[0, 2]$. Tentukan titik pada lengkung f yang paling hampir dengan titik $(2, 0)$.

[30 markah]

2. a) Menggunakan jadual di bawah,

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	3	1	4	2	2	5
$g(x)$	6	3	2	1	2	3

Cari

(i) $f(g(1))$

(ii) $(g \circ g)(3)$

(iii) $(f - g)(5)$

(iv) $\left(\frac{g}{f}\right)(6)$

...4/-

- b) Sekiranya $q(x) = 2x + 1$ dan $r(x) = 4x^2 + 4x - 7$,
Cari
- fungsi $p(x)$ supaya $(p \circ q)(x) = r(x)$.
 - $r'(x)$ dengan menggunakan takrif.
- c) Pertimbangkan fungsi $p(x > 0)$ dan q dari bahagian (b) di atas
- cari $p^{-1}(10)$.
 - jika $z(x) = \begin{cases} q(x) & -\infty < x \leq M \\ p(x) & M < x \leq 0 \end{cases}$,

Cari nilai M supaya $z(x)$ selanjut pada selang $(-\infty, 0]$

[30 markah]

3. a) Tentukan had berikut

(i) had $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{x^6 - 8}{x^3 - 2\sqrt{2}}$

(ii) had $\lim_{x \rightarrow 7^-} \frac{|x-7|}{x-7}$

(iii) had $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$

(iv) had $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos x)^{1/x^2}$

- b) Terbitkan yang berikut

(i) $y = \frac{\sqrt[3]{x} \sin^2 x}{\ln(x^3 + 1)^4}$

(ii) $y \cos(e^{x^2}) = e^{x^2} \cos(y^2)$

- c) (i) Luas luka berbentuk bulatan, dengan jejari J , berkurangan pada kadar 45 milimeter persegi sehari. Cari kadar jejari berkurangan apabila $J = 30$ milimeter.
- (ii) Lengkungan *Kampyle of Eudoxus* diwakili oleh persamaan $y^2 = 5x^4 - x^2$.
Dapatkan persamaan tangen ke lengkungan pada titik $(\sqrt{2}, \sqrt{18})$.

[30 markah]

Bahagian B(2): Jawab 2 soalan

4. a) (i) Jika g adalah selanjar pada selang $[a, b]$, dengan $a \neq b$, dan jika $\int_a^b g(x) dx = 0$, tunjukkan bahawa $g(x) = 0$ sekurang-kurangnya sekali dalam $[a, b]$.

(ii) Cari $\int m^4 \ln m dm$.

- b) Cari luas rantau yang dibatasi oleh $x = y^2 + 2$ dan $y = x - 4$.
- c) Cari luas permukaan kisanan yang diperoleh dengan memutarakan gelung lengkung $3by^2 = x(b-x)^2$ untuk $b > 0$ di sekitar paksi- x .

[30 markah]

5. a) Cari $\int \sqrt{x^2 + 9} dx$.

b) Cari $\int \frac{3\cos y}{\sin^2 y - 3\sin y - 4} dy$.

- c) Cari isipadu pepejal yang dijanakan apabila rantau pada sukuan pertama yang dibatasi oleh $y = 2x$ dan $y = 3x^2$ dikisarkan di sekitar paksi- y .

[30 markah]

6. a) Jika $m \geq 1$ ialah suatu integer positif dan $T_m = \int_0^{\pi/2} \sin^m y dy$, tunjukkan bahawa $T_{2m+2} \leq T_{2m+1} \leq T_{2m}$.

- b) Cari luas rantau pada sukuan pertama yang dibatasi oleh $x^3 y = 1$, $y = \sqrt{x}$, $y = 0$ dan $x = 2$.

- c) Cari panjang lengkok untuk lengkung $y = 150 - \frac{1}{40}(x-50)^2$ yang menghubungkan titik $(0, 87.5)$ dan $(120, 27.5)$. Bundarkan jawapan anda kepada 2 tempat perpuluhan.

[30 markah]