

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2004/2005

Mac 2005

JIM 417 – Persamaan Pembezaan Separa

Masa: [3 jam]

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **LAPAN** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan.

Jawab **SEMUA** soalan.

Baca arahan dengan teliti sebelum anda menjawab soalan.

Setiap soalan diperuntukkan 100 markah.

1. (a) Dapatkan persamaan pembezaan separa peringkat kedua jika penyelesaian amnya diberikan seperti berikut:

$$2u(x,y) = (ax + y)^2 + b$$

dengan a dan b adalah pemalar.

(35 markah)

- (b) Tunjukkan bahawa

$$u(x,y) = f(x^2 + y^2) + g(x)$$

memuaskan persamaan

$$y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - xy \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + x \frac{\partial u}{\partial y} = 0.$$

(30 markah)

- (c) Selesaikan persamaan pembezaan separa berikut:

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + 3u - x \right).$$

(35 markah)

2. Diberi persamaan pembezaan separa berikut:

$$x^2 u_{xx} + 2xy u_{xy} + y^2 u_{yy} = 3.$$

Bagi persamaan ini,

- (a) tentukan jenisnya.

(10 markah)

- (b) dapatkan koordinat cirian dan bentuk berkanun persamaan tersebut.

(70 markah)

- (c) cari penyelesaian persamaan itu.

(20 markah)

4. Selesaikan persamaan pembezaan separa

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad t > 0, \quad 0 < x < \alpha$$

bagi sebarang pemalar α dan β , jika diberikan

$$\begin{aligned}
u(x, 0) &= 0, & 0 < x < \alpha \\
u_t(x, 0) &= 0, & 0 < x < \alpha \\
u(x, t) &= 0, & t > 0 \\
u_x(\alpha, t) &= F, & t > 0
\end{aligned}$$

bagi suatu pemalar F.

$$\left[\text{Di beri } \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{\sinh sx}{s^2 \cosh \alpha s} \right\} = x + \frac{8\alpha}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n-1)^2} \sin \frac{(2n-1)\pi x}{2\alpha} \cos \frac{(2n-1)\pi t}{2\alpha} \right]$$

(100 markah)

5. Dengan menggunakan kaedah pemisahan pembolehubah, selesaikan persamaan pembezaan separa berikut:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad t > 0$$

jika diberikan syarat-syarat berikut:

$$u(0,t) = u(1,t) = 0$$

$$u(x,0) = f(x).$$

Seterusnya, dapatkan fungsi Green bagi masalah itu.

(100 markah)