

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua  
Sidang Akademik 2004/2005

Mac 2005

**JIM 415/419 – Pembolehubah Kompleks**

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA** soalan.

Baca arahan dengan teliti sebelum anda menjawab soalan.

Setiap soalan diperuntukkan 100 markah.

1. (a) Cari  $\int_C \frac{z+1}{z} dz$  di mana C adalah semi bulatan  $z = e^{i\theta}$ ,  $0 \leq \theta \leq \pi$ .

(30 markah)

- (b) Katakan C mewakili sempadan bagi segiempat sama dengan sisi-sisi di sepanjang garis  $x = \pm 2$  dan  $y = \pm 2$  dan C berorientasi positif. Nilaikan kamiran

$$\int_C \frac{\cos z}{z(z^2+9)} dz.$$

(30 markah)

- (c) Buktikan  $\left| \int_a^b f(t) dt \right| \leq \int_a^b |f(t)| dt$ .

(40 markah)

2. (a) Nilaikan

(i)  $\int_C \frac{e^{-2z}}{z^3} dz$  di mana C:  $|z| = 1$  orientasi positif.

(ii)  $\int_C \frac{z+1}{z^2+4} dz$  di mana C:  $|z-2i| = 1$  orientasi positif.

(30 markah)

(b) Nilaikan  $\int_C \frac{dz}{z^2-5z+6}$  jika

- (i) C suatu bulatan unit berpusat di asalan.

- (ii) C suatu bulatan berpusat di (0, 1) dan berjajari 3.

(30 markah)

(c) Nyatakan dan buktikan Teorem Kamiran Cauchy.

(40 markah)

3. (a) Dapatkan siri Maclaurin bagi fungsi  $f(z) = \frac{1}{1+z^2}$ .

(30 markah)

(b) Kembangkan fungsi  $f(z) = \frac{1}{z^2 - 4}$  sebagai siri Taylor di sekitar

(i)  $z = 0$

(ii)  $z = 1$

dan tentukan rantau penumpuan bagi setiap kes.

(30 markah)

(c) Dapatkan kembangan siri bagi fungsi  $\frac{z+1}{z-1}$  sebagai

(i) siri Laurent bagi domain  $|z| > 1$ .

(ii) siri Maclaurin.

(40 markah)

4. (a) Katakan  $C : z(\theta) = 4e^{i\theta}$ ,  $\pi \leq \theta \leq 2\pi$ . Gunakan mana-mana kaedah yang sesuai untuk menilai  $\int_C ze^{z^2} dz$ .

(30 markah)