

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang  
Sidang Akademik 2004/2005

Mei 2005

**CPT102 - Struktur Diskret**

Masa : 3 jam

**ARAHAN KEPADA CALON:**

- Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT** soalan di dalam **ENAM** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.
- Jawab **SEMUA** soalan.
- Peperiksaan ini akan dijalankan secara 'Open Book'.

1. (a) Dalam suatu kaji selidik bagi 120 penumpang, satu syarikat penerbangan mendapati 48 orang menikmati teh bersama makanan mereka, 78 orang menikmati minuman bergas, dan 66 orang menikmati kopi. Secara tambahan, 36 orang menikmati sebarang gabungan pasangan minuman yang diberikan, 12 orang menikmati teh dan kopi tetapi tidak dengan minuman bergas, 18 orang menikmati kopi sahaja dan 24 orang menikmati kesemua minuman.
- (i) Lukis gambar rajah Venn yang mewakili informasi di atas. (20/100)
- (ii) Berapakah bilangan penumpang yang menikmati satu jenis minuman sahaja? (10/100)
- (iii) Berapakah bilangan penumpang yang tidak menikmati minuman yang disediakan? (10/100)
- (b) Untuk nombor-nombor integer:
- (i) Berapakah banyak integer positif  $p$  yang boleh kita bentuk dengan menggunakan digit-digit 3, 4, 4, 5, 5, 6, 7 jika kita ingin  $p$  **tidak** melebihi nilai 5,000,000? (10/100)
- (ii) Berapakah banyak integer 4 digit berbeza yang dapat dibentuk daripada digit-digit 1, 3, 3, 7, 7, dan 8? (10/100)
- (c) Jawab soalan-soalan berikut:
- (i) Pertimbangkan pernyataan di bawah berpandukan kepada set yang diberi  $G = \{1, \{1\}, \{2\}, \emptyset, \{1, 2\}\}$ . Tentukan sama ada setiap ayat di bawah adalah ayat benar atau ayat palsu.
- (i)  $1 \in G$       (ii)  $\{1\} \subseteq G$       (iii)  $\emptyset \in G$
- (iv)  $\emptyset \subseteq G$       (v)  $G \subseteq G$       (vi)  $\{1\} \in G$
- (vii)  $\{G\} \subseteq G$       (viii)  $\{1, 2, \{1, 2\}\} \subseteq G$       (ix)  $\{\{1\}, 2, \{1, 2\}\} \in G$
- (12/100)
- (ii) Dapatkan GCD bagi 330 dan 18 dengan menggunakan algoritma Euclidean. Kemudian dapatkan  $a$  dan  $b$  supaya  $320a + 18b = \text{gcd}(320, 18)$ . Selepas itu, berikan LCM (320, 18). (18/100)

(iii) Jika  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  dan  $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  adalah matriks Boolean. Nilaikan

(i)  $A \vee B$       (ii)  $A \wedge B$       (iii)  $A \odot B$       (iv)  $B \odot A$

(10 marks)

2. (a) Biarkan  $Q(x, y)$  sebagai " $xy = 1$ ", bagi setiap interger  $x$  dan  $y$  yang bukan sifar. Semak nilai kebenaran bagi pernyataan di bawah. Jelaskan (justifikasi) jawapan anda.

(i)  $Q(1, 1)$       (ii)  $Q(2, 1)$       (iii)  $\forall y Q(1, y)$       (iv)  $\exists x Q(x, 2)$

(v)  $\forall y \forall x Q(x, y)$       (vi)  $\forall x \exists y Q(x, y)$       (vii)  $\exists y \forall x Q(x, y)$       (viii)  $\exists x \exists y Q(x, y)$

(20/100)

(b) Diberi satu algoritma rekursi seperti berikut:

```
Function XYZ(n)
n, output: integer
Begin
  If (n=1 atau n=2) then
    output  $\leftarrow$  1
  Else
    output  $\leftarrow$  (XYZ(n-2) * XYZ(n-1)) + n
  Return(output)
End
```

(i) Cari nilai untuk XYZ(5).

(10/100)

(ii) Tulis algoritma iteratif (gelung) dalam bentuk pseudokod untuk fungsi di atas.

(20/100)

- (c) Maklumat dihantar melalui saluran komunikasi dengan menggunakan dua isyarat, isyarat A dan isyarat B. Setiap isyarat memerlukan 1 mikro saat untuk dihantar. Maklumat tidak boleh dikod dengan dua isyarat B yang berturutan.
- (i) Cari rumus rekursi (*recurrence relation*) untuk bilangan maklumat berlainan yang boleh diwakili oleh jujukan dua isyarat tersebut yang boleh dihantar dalam masa  $n$  mikro saat.  
(5/100)
- (ii) Apakah nilai-nilai awal untuk rumus rekursi ini?  
(5/100)
- (iii) Tulis pseudokod rekursi untuk mengira bilangan maklumat yang boleh dihantar dalam  $n$  mikro saat.  
(20/100)
- (iv) Tulis kembali pseudokod 2(c)(iii) di atas dengan menggunakan gelung.  
(20/100)
3. (a) Cari subset sifat, dari sifat-sifat berikut {refleksi, simetri, antisimetri, transitif} yang dipunyai oleh hubungan 3(a)(i), 3(a)(ii) dan 3(a)(iii).
- (i) Hubungan  $R$  ke atas nombor  $N = \{1, 2, 3, \dots\}$  di mana  $aRb$  bermaksud  $b \mid a$ .  
(10/100)
- (ii) Hubungan  $R$  ke atas  $\{w, x, y, z\}$  di mana  $R = \{(w, w), (w, x), (x, w), (x, x), (x, z), (y, y), (z, y), (z, z)\}$ .  
(10/100)
- (iii) Hubungan  $R$  ke atas  $Z^+$  di mana  $aRb$  bermaksud  $|b-a| \leq 1$ .  
(10/100)
- (iv) Cari matrik perwakilan hubungan  $R$  ke atas  $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$  di mana  $aRb$  bermaksud  $a^2 = b$ . Dengan susunan  $-2, -1, 0, 1, 2$ .  
(10/100)

(b) Di bawah adalah tugas yang diperlukan untuk membina rumah:

| Tugasan                  | Dilakukan selepas tugas ini<br>(Nota: Tugas pada lajur pertama hanya dapat dilakukan selepas tugas pada lajur ke dua terlaksana) |
|--------------------------|--|
| <i>Foundation</i>        | -  |
| <i>Framing</i>           | <i>Foundation</i>  |
| <i>Roof</i>              | <i>Framing</i>   |
| <i>Exterior siding</i>   | <i>Roof</i>  |
| <i>Wiring</i>            | <i>Exterior siding</i>   |
| <i>Plumbing</i>          | <i>Exterior siding</i>   |
| <i>Wallboard</i>         | <i>Plumbing, Wiring</i>  |
| <i>Flooring</i>          | <i>Plumbing</i>  |
| <i>Exterior painting</i> | <i>Exterior siding</i>   |
| <i>Interior painting</i> | <i>Flooring, Wallboard</i>   |
| <i>Carpeting</i>         | <i>Flooring</i>  |
| <i>Interior fixtures</i> | <i>Interior painting</i>   |
| <i>Exterior fixtures</i> | <i>Exterior painting</i>   |
| <i>Final touch up</i>    | <i>Exterior painting, Interior fixtures, Carpeting</i>   |

(i) Lukis gambar rajah Hasse yang mewakili jadual di atas. (20/100)

(ii) Apakah yang dilakukan oleh sisihan *topological* ke atas maklumat di atas? Terangkan aplikasi sisihan *topological* ke atas maklumat di atas. (10/100)

(c) Jawab soalan-soalan hubungan setara di bawah:

(i) Hubungan  $R$  ke atas set  $A = \{a, b, c, d\}$  mengandungi  $\{(a, b), (b, c), (c, d), (d, a)\}$ . Apakah  $R^3$ ? Bina satu hubungan setara  $S$  di mana ia mempunyai sifat  $R \subset S$ . (10/100)

(ii) Tunjukkan bahawa hubungan setara  $R$  ke atas  $\mathbf{Z} \times \mathbf{Z}$  didefinisikan dengan  $(a, b)R(c, d)$  jika dan hanya jika  $a + d = b + c$  adalah satu hubungan setara. (Petua: Tunjukkan bahawa  $R$  adalah refleksif, simetri dan transitif untuk semua unsur di dalam  $\mathbf{Z}$ .) (20/100)

4. (a) Satu pohon didefinisikan seperti berikut:  $T_1, T_2$  dan  $T_3$  adalah daun-daun. Anak kiri kepada nod  $T_n$  adalah nod  $T_{n-1}$  dan anak kanan kepada nod  $T_n$  adalah nod  $T_{n-3}$ . (Nota: Lukis pohon bermula dari akar)
- (i) Lukis pohon dengan  $T_5$  sebagai akar. (10/100)
- (ii) Apakah ketinggian pohon  $T_n$ ? (10/100)
- (iii) Berapa banyakkah daun pada pohon  $T_n$ ? (10/100)
- (iv) Berapa banyakkah nod pada pohon  $T_n$ ? (10/100)
- (b) Di antara fungsi 4(b)(i), 4(b)(ii), dan 4(b)(iii) yang mana adalah fungsi bijeksi (dari  $R$  ke  $R$ ), dan beri justifikasi kepada jawapan anda.
- (i)  $f(x) = (x^2 + 1)/(x^2 + 2)$  (5/100)
- (ii)  $f(x) = x^3$  (5/100)
- (iii)  $f(x) = (x+9)/(x-4)$  (5/100)
- (iv) Cari  $f \circ g$  dan  $g \circ f$  di mana  $f(x) = x^2 + x$  dan  $g(x) = x + 3$ . Fungsi  $f, g$  adalah dari  $R$  ke  $R$ . (10/100)
- (c) (i) Bina satu mesin keadaan terhingga yang menerima rentetan simbol  $\{A,B\}$  jika dan hanya jika rentetan simbol itu tidak mengandungi "BB" secara berturutan. (Nota: Ini adalah mesin keadaan terhingga untuk soalan 4(c)). (15/100)
- (ii) Tulis satu tatabahasa nalar (tatabahasa struktur frasa) berdasarkan kepada mesin keadaan terhingga yang dilukis di 4(c)(i). (15/100)
- (iii) Tulis tatabahasa yang ditemui di 4(c)(ii) dalam bentuk notasi BNF. (5/100)