
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2004/2005

Februari/Mac 2005

JIM 215 – Pengantar Analisis Berangka

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **LIMA** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA** soalan.

Baca arahan dengan teliti sebelum anda menjawab soalan.

Setiap soalan diperuntukkan 100 markah.

1. (a) Takrifkan ralat, ralat mutlak dan ralat relatif. Terangkan bagaimana ralat terjadi.
(20 markah)
- (b) Diberi $x = 61.8 \pm 0.1$ dan $y = 0.184 \pm 0.002$, dapatkan ralat mutlak dan ralat relatif bagi hasil darab x dan y .
(30 markah)
- (c) Dengan menggunakan kaedah lelaran mudah, tunjukkan bahawa salah satu punca persamaan $2x - 1 - 2 \sin x = 0$ ialah 1.4973. Gunakan $x_0 = 1$.
(50 markah)
2. (a) Dengan menggunakan kaedah penghapusan Gauss, selesaikan sistem persamaan berikut dengan aritmetik tepat dan pemangsaan separa:

$$\begin{aligned}w + 2x - 12y + 8z &= 27 \\5w + 4x + 7y - 2z &= 4 \\-3w + 7x + 9y + 5z &= 11 \\6w - 12x - 8y + 3z &= 49\end{aligned}$$

(45 markah)

(b) Diberi matriks $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & -1 \\ 3 & 4 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$.

Huraikan matriks A supaya $A = LU$ dengan L sebagai suatu matriks segitiga bawah dan U sebagai suatu matriks segitiga atas.

(20 markah)

- (c) Dengan menggunakan kaedah Jacobi, selesaikan sistem persamaan berikut betul kepada 2 tempat perpuluhan.

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}$$

(35 markah)

3. (a) Diberikan jadual nilai berikut:

x	0	3	4	7
$f(x)$	1	2	5	4

(i) Dengan menggunakan rumus interpolasi Lagrange, dapatkan persamaan polinomial kolokasi untuk data di atas.

(ii) Seterusnya, dapatkan nilai bagi $f(5)$.

(60 markah)

(b) Isikan jadual beza terbahagi berikut:

i	x_i	$f(x_i)$	$f(x_i, x_{i+1})$	$f(x_i, x_{i+1}, x_{i+2})$	$f(x_i, x_{i+1}, x_{i+2}, x_{i+3})$
0	1	5			
1	3	1			
2	4	-1			
3	5	-2			

Seterusnya dapatkan nilai hampiran f pada $x = 0.8$ dan $x = 4.5$.

(40 markah)

4. (a) Diberikan jadual nilai berikut:

x	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8
$f(x)$	1.543	1.668	1.811	1.971	2.151	2.352	2.577	2.828	3.107

Kirakan $\int_{1.0}^{1.8} f(x)dx$ dengan menggunakan

(i) petua Trapezium.

(ii) petua Simpson.

(60 markah)

(b) Diberikan jadual nilai berikut:

x	0	0.25	0.50	0.75	1.00
$f(x)$	0.3989	0.3867	0.3521	0.3011	0.2420

Gunakan kamiran Romberg untuk menilaikan kamiran $\int_0^1 f(x)dx$. Berikan jawapan akhir dalam sebutan $T_2(h_0/4)$.

(40 markah)

Rumus-Rumus

1. $e_{xy} \approx \bar{x}e_y + \bar{y}e_x$

2.
$$P_n(x) = \sum_{j=0}^n f(x_j) \prod_{\substack{i=0 \\ i \neq j}}^n \frac{(x-x_i)}{(x_j-x_i)}$$

3.
$$f(x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+k}) = \frac{f(x_{i+1}, x_{i+2}, \dots, x_{i+k}) - f(x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+k-1})}{x_{i+k} - x_i}$$

4.
$$P_n(x) = f(x_0) + f(x_0, x_1)(x-x_0) + f(x_0, x_1, x_2)(x-x_0)(x-x_1) + \dots + f(x_0, x_1, \dots, x_n)(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{n-1})$$

5.
$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{2}[f_0 + 2(f_1 + f_2 + \dots + f_{n-1}) + f_n]$$

6.
$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3}(f_0 + 4f_1 + 2f_2 + 4f_3 + 2f_4 + \dots + 2f_{n-2} + 4f_{n-1} + f_n)$$

7.
$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{3}{8}h[f_0 + 3(f_1 + f_2) + 2f_3 + 3(f_4 + f_5) + \dots + 2f_{n-3} + 3(f_{n-2} + f_{n-1}) + f_n]$$

8.

h	$0(h^2)$	$0(h^4)$	$0(h^6)$
h_0	$T(h_0)$	$T_1(h_0/2)$	
$h_0/2$	$T(h_0/2)$	$T_1(h_0/4)$	$T_2(h_0/4)$
$h_0/4$	$T(h_0/4)$		

9. $T(h_0) = \frac{1}{2}h_0[f_0 + 2(f_1 + f_2 + \dots + f_{n-1}) + f_n]$

10.
$$T_j\left(\frac{h_0}{2^i}\right) = \frac{4^j T_{j-1}\left(\frac{h_0}{2^i}\right) - T_{j-1}\left(\frac{h_0}{i}\right)}{4^j - 1}$$

11.
$$y(x) = y(x_0 + h) = y(x_0) + y'(x_0)h + \frac{y''(x_0)}{2!}h^2 + \frac{y'''(x_0)}{3!}h^3 + \frac{y^{(4)}(x_0)}{4!}h^4 + \dots$$

12. $y_{n+1} = y_n + hy_n'$

13.
$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24}(55f_i - 59f_{i-1} + 37f_{i-2} + 9f_{i-3})$$