

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2003/2004

Februari/Mac

MAA 101 – KALKULUS UNTUK PELAJAR SAINS I

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **TIGA [3]** soalan di dalam **EMPAT [4]** halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA** soalan.

1. (a) Cari had-had berikut :

$$(i) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$$

$$(ii) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-1/x^2}}{x^4}$$

$$(iii) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - x \cos x}{x - \sin x}$$

$$(iv) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$$

$$(v) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 2x}$$

$$(vi) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$$

[100 markah]

(b) Pertimbangkan fungsi berikut :

$$f(x) = \frac{2e^{2x}}{1 + e^{-2x}}$$

$$g(x) = 1 + \tan^{-1}(\ln(1 + 3x))$$

$$h(x) = \sin(kx) + \sin^{-1}(kx)$$

- (i) Tunjukkan garistangen ke graf $f(x)$ dan $g(x)$ pada $x = 0$ adalah selari.
- (ii) Apakah nilai k yang akan memberikan garistangen ke graf $f(x)$ dan $h(x)$ pada $x = 0$ berserenjang ('perpendicular')?

(c) Terbitkan yang berikut terhadap x .

$$(i) \quad y = \frac{\ln(1 + x^3)}{e^{3x}}$$

$$(ii) \quad f(x) = \frac{1}{(x^2 + 1)} \quad (\text{guna takrif terbitan})$$

$$(iii) \quad g(x) = \sec^2 x - \tan^2 x + \cos x$$

$$(iv) \quad y = x^{\ln \sqrt{x}}$$

[100 markah]

2. (a) Biarkan $f(x)$ fungsi yang memuaskan syarat berikut :

- $f''(x)$ selanjur untuk semua x
- $f(x)$ malar pada selang $x < 0$
- $f(1) = 1$ dan $f(2) = 2$

- (i) Tunjukkan bahawa terdapat titik a dengan $f'(a) = 1$
- (ii) Tunjukkan bahawa untuk semua k dengan $0 < k \leq \frac{1}{2}$, wujud C dengan $f''(c) = k$

(b) Jika sebuah tangki boleh menakung 1000 liter air, dimana ia disalurkan keluar di bahagian bawah tangki dalam masa 30 minit, maka Hukum Torricelli's menyatakan isipadu baki air dalam tangki (selepas t minit) ialah :

$$V = 1000\left(1 - \frac{t}{30}\right)^2 \quad 0 \leq t \leq 30$$

Dapatkan kadar air disalur keluar dari tangki, selepas 15 minit.

(c) Lakarkan graf $f(x) = \frac{3x-2}{(x+1)^2(x-2)}$. Labelkan graf ini selengkapnya. Tunjukkan titik minimum, maksimum dan titik lengkung balas. Nyatakan selang bagi menokok, menyusur, cekung ke atas dan sekung ke bawah.

[100 markah]

3. (a) Kamirkan fungsi-fungsi berikut :

$$(i) \int_0^2 (x - |x-1|) dx$$

$$(ii) \int \frac{(6x-9)}{(x^2-3x+5)^3} dx$$

$$(iii) \int e^{2x} \sqrt{1-e^x} dx$$

$$(iv) \int \sqrt{4-t^2} dt$$

$$(v) \int \frac{x dx}{(x+1)(x+2)^2}$$

$$(vi) F(x) = \int_x^1 \frac{dt}{\sqrt{1+3t^2}}$$

(b) Lakarkan rantau yang dibendung oleh lengkok $y = x^3 - 2x^2 - x + 2$ dan paksi $-x$.
Dapatkan luas rantau tersebut.

(c) Tentukan isipadu bungkah yang terjana apabila rantau antara $y = x^2$ dan $y = x^3$ dikisarkan di $y = -1$

[100 markah]