

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang  
Sidang Akademik 2004/2005

Mei 2005

**MAA 101 – KALKULUS UNTUK PELAJAR SAINS I**

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **LIMA [5]** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **semua LAPAN [8]** soalan dalam **Bahagian A**.

Pilih dan jawab **DUA [2]** soalan dari **Bahagian B(1)** dan **DUA [2]** soalan dari **Bahagian B(2)**.

...2/-

**Bahagian A: Jawab semua soalan**

1. a) Selesaikan ketaksamaan berikut  $-1 \leq \frac{2}{x+1} + |x| \leq 6$ .
- b) Diberi  $a(x) = \ln(\sqrt{x+2} - 3)$  dan  $b(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$ . Tentukan domain bagi fungsi  $c(x) = \left(\frac{a}{b}\right)(x)$ .

[15 markah]

2. a) Sekiranya  $d(x) = \frac{3x}{x^2 - 4}$ , cari (jika wujud) persamaan asimptot menegak dan mengufuk.

- b) Diberi  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 5$  dan  $\lim_{x \rightarrow 3} g(x) = \frac{1}{9}$ . Nilaikan  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{g(x)} - f(x)}{7g(x)}$ .

[11 markah]

3. Diberi  $h(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 16}{x + 4} & x \neq -4 \\ k + 1 & x = -4 \end{cases}$ . Cari  $\lim_{x \rightarrow -4^-} h(x)$  dan  $\lim_{x \rightarrow -4^+} h(x)$ .

Seterusnya cari nilai  $k$  supaya  $h(-4) = \lim_{x \rightarrow -4} h(x)$ .

[12 markah]

4. a) Dapatkan  $\frac{d}{dx} [\ln(x^2) \sec(\sqrt{3x})]$ .

- b) Tentukan nilai bagi  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^{-1}(4x)}{3x}$ .

[10 markah]

5. Jika  $g(x) = \int_x^{10} \sqrt{1+u^4} du$ , cari  $g'(x)$ .

[5 markah]

6. Cari  $\int_{-1}^1 |t^3 - t| dt$ .

[9 markah]

...3/-

7. Cari  $\int_0^1 \tan^{-1} y \, dy$ .

[9 markah]

8. Cari  $\int (x^2 + x^3)^7 (2x + 3x^2) \, dx$ .

[9 markah]

**Bahagian B(1): Jawab 2 soalan**

1. a) Lakar dan labelkan graf bagi lengkung  $f(x)$  dengan sifat-sifat berikut :

(i)  $f(-1) = f'(-1) = f'(0) = f'(2) = 0$

(ii)  $f(0) = 5, f(0.61) = f(2.72) = 0$

(iii)  $f'(x) > 0$  jika  $-1 < x < 0$  atau  $x > 2$

(iv)  $f'(x) < 0$  jika  $x < -1$  atau  $0 < x < 2$

(v)  $f''(x) > 0$  jika  $x < \frac{1-\sqrt{7}}{3}$  dan  $x > \frac{1+\sqrt{7}}{3}$

(vi)  $f''(x) < 0$  jika  $\frac{1-\sqrt{7}}{3} < x < \frac{1+\sqrt{7}}{3}$

b) Sebuah tin silinder perlu dihasilkan untuk menampung  $4 \text{ m}^3$  minyak tanah. Bahan bagi penutup dan tapak bernilai RM10 sementara bahan bagi dindingnya bernilai RM8 untuk setiap  $\text{m}^2$ . Cari dimensi tin yang perlu dihasilkan dengan kos termurah.

c) Suatu lengkung mempunyai persamaan  $k(x) = 2 \cos x + \sin 2x$  untuk  $0 \leq x \leq 2\pi$ .  
Cari:

- (i) titik genting dan jenisnya,  
(ii) selang kecekungan.

[30 markah]

2. a) Diberi  $f(x) = \begin{cases} -1 & , -3 \leq x \leq 0 \\ \frac{3}{2}x - 1 & , 0 < x \leq 3 \end{cases}$

Dapatkan fungsi berikut (dengan domainnya) :

(i)  $g(x) = f(3x+1)$       (ii)  $h(x) = 3f(x)+1$       (iii)  $i(x) = f\left(\frac{x}{3}\right)$

Seterusnya lakarkan  $f(x)$ ,  $g(x)$ ,  $h(x)$  dan  $i(x)$  pada gambarajah yang sama.

b) Jika  $m(x) = \sqrt{1+2x}$  dan  $n(x) = 4x^2$ , cari :

- (i)  $\frac{d}{dx}[m(x)]$  dengan menggunakan takrif,  
 (ii) nilai  $a$  supaya  $n(\sqrt{a}+3) = 64$ ,  
 (iii)  $(n \circ m)(4)$ .

c) Pertimbangkan fungsi  $j(x) = \begin{cases} bx^2 & , x \leq 2 \\ mx+b & , x > 2 \end{cases}$

Cari nilai  $b$  dan  $m$  supaya  $j(x)$  terbezakan pada selang  $(-\infty, +\infty)$ .

[30 markah]

3. a) Cari had berikut :

(i)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(3+h)^3 - 27}{h}$

(ii)  $\lim_{v \rightarrow 4} \frac{v^2 - 16}{\sqrt{v} - 2}$

(iii)  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\tan 5t}{\sin 2t}$

(iv)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos 2x)^{1/x^2}$

b) Cari  $\frac{dy}{dx}$  :

(i)  $y = \frac{\sqrt{x} \cos^2 x}{\ln(x^2 + 1)^3}$

(ii)  $\sin^{-1}(2x) + \frac{1}{e^y} = \sqrt{1-4x^2}$

- c) Sebiji rambutan dilontar menegak ke udara dengan halaju 60 m/s, dan ketinggian dari dari aras bumi selepas  $t$  saat adalah  $s = 60t - 12t^2$ . Hitung :
- ketinggian maksimum yang tercapai daripada lontaran tersebut,
  - kelajuan rambutan tersebut selepas 2 dan 3 saat,
  - ketinggian dan kelajuan rambutan selepas 5 saat.

Beri komen bagi jawapan-jawapan di bahagian (ii) dan (iii).

[30 markah]

**Bahagian B(2): Jawab 2 soalan**

4. a) Cari nilai-nilai  $c$  supaya nilai min bagi  $h(x) = 2 + 4x + 3x^2$  pada selang  $[0, c]$  adalah sama dengan 4.
- b) Cari luas rantau yang dibatasi oleh lengkung  $x + y^2 = 12$  dan  $x = y$ .
- c) Cari isipadu bongkah yang terjana dengan memutarakan rantau yang dibatasi oleh lengkung  $y = \frac{1}{x^2}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$  dan  $x = 4$  sekitar  $y = -2$ .

[30 markah]

5. a) Cari luas permukaan kisanan yang diperoleh dengan memutarakan lengkung  $y = \sqrt{x}$ ,  $5 \leq x \leq 10$  sekitar paksi- $x$ .
- b) Selesaikan  $\int \sin \sqrt{y} dy$  dengan menggunakan gantian yang sesuai, diikuti dengan kaedah kamiran bahagian demi bahagian.
- c) Cari  $\int \frac{1}{(a+5)(a-2)} da$  dengan menggunakan kaedah pecahan separa.

[30 markah]

6. a) Cari panjang lengkok lengkung  $y = \frac{2}{3}(x-9)^{3/2}$  bagi  $9 \leq x \leq 15$ .
- b) Cari luas rantau yang dibatasi oleh lengkung  $y = 4|x|$  dan  $y = x^2 - 5$ .
- c) Selesaikan  $\int \sin^3 \theta \cos^2 \theta d\theta$  dengan menggunakan gantian yang sesuai.

[30 markah]