

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua  
Sidang Akademik 2004/2005

Mac 2005

**JIM 211 – Kalkulus Lanjutan**

Masa: [3 jam]

---

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **LIMA** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan.

Jawab **SEMUA** soalan.

Baca arahan dengan teliti sebelum anda menjawab soalan.

Setiap soalan diperuntukkan 100 markah.

1. (a) Kelaskan titik genting bagi fungsi

$$f(x, y) = x^2 + y^3 + xy^2 - y^2, (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

Cari nilai ekstremum tempatannya jika wujud.

(40 markah)

- (b) Fungsi-fungsi  $u(x, y)$  dan  $v(x, y)$  diberikan seperti berikut:

$$x^2u + yv^2 - 1 = 0$$

$$u^3 - xv^4 + y - 3 = 0.$$

Cari

(i)  $\frac{\partial u}{\partial x}$

(ii)  $\frac{\partial u}{\partial y}$ .

(30 markah)

- (c) Dengan menggunakan kaedah Lagrange, cari titik pada permukaan

$$z^2 = x - 4y + 2 \text{ yang terdekat dari asalan.}$$

(30 markah)

2. (a) Selesaikan

(i)  $\int_{-4}^4 \int_0^{\sqrt{16-x^2}} (2x + y) dy dx$

(ii)  $\iint_A 3xy \, dx \, dy$

A adalah rantau yang terkandung dalam segitiga yang berbucu pada titik-titik  $(0,0)$ ,  $(3,0)$  dan  $(1,2)$ .

(50 markah)

4. (a) Cari jejari dan selang penumpuan bagi setiap siri berikut:

$$(i) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x+3)^n}{4^n}$$

$$(ii) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\ln k)(x-2)^k}{2^k}.$$

(40 markah)

- (b) Cari polinomial Taylor  $P_4(x)$  dan baki  $R_5(x)$  (bentuk Lagrange) dalam kuasa  $x - a$  bagi fungsi yang ditakrifkan oleh

$$f(x) = x(2-x)^{\frac{1}{2}}, a = 1.$$

(60 markah)

5. (a) Dengan menggunakan ujian-ujian tertentu, tentukan sama ada siri berikut menumpu atau mencapah:

$$(i) \sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{\ln k}$$

$$(ii) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin k}{k^2}$$

$$(iii) \sum_{k=10}^{\infty} \frac{1}{k(k-1)(k-6)}$$

$$(iv) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{3^k}{8^k(k+2)}.$$

(60 markah)

- (b) Jujukan  $\{a_n\}$  ditarifkan oleh

$$a_1 = 2,$$

$$a_{n+1} = \frac{2a_n^2 - 2}{a_n}, \quad n = 1, 2, \dots$$

Tunjukkan ia mencapah.

(40 markah)