

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua  
Sidang Akademik 2004/2005

Mac 2005

**JIM 201 – Aljabar Linear**

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA** soalan.

Baca arahan dengan teliti sebelum anda menjawab soalan.

Setiap soalan diperuntukkan 100 markah.

1. (a) Diberi  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - x - 2}}$ .

- (i) Adakah  $f(x)$  suatu fungsi 1 – 1 dan menyeluruh?
- (ii) Dapatkan domain serta julat bagi  $f$ .

(40 markah)

(b) Diberi

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Dapatkan

- (i)  $r(A)$ .
- (ii) suatu asas bagi ruang nol bagi  $A$ .
- (iii) suatu asas bagi ruang lajur bagi  $A$ .
- (iv) suatu asas bagi ruang baris bagi  $A$ .

(60 markah)

2. (a) Diberi sistem persamaan

$$2x + ay - z = 0$$

$$3x + 4y - (a+1)z = 13$$

$$10x + 8y - (a-4)z = 26.$$

Cari nilai  $a$  supaya sistem ini

- (i) tidak mempunyai penyelesaian unik.
- (ii) tidak konsisten.
- (iii) mempunyai lebih daripada satu penyelesaian.

(50 markah)

(b) Diberi  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$  dan  $B = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ .

- (i) Dapatkan penentu bagi matriks AB.
- (ii) Adakah songsangan bagi matriks AB wujud? Terangkan.

(50 markah)

3. (a) Tentukan sama ada set V berikut adalah ruang vektor ataupun tidak.

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ xy \end{pmatrix} \mid x, y \in \mathbb{R} \right\}, \text{ operasi biasa di dalam } \mathbb{R}^3.$$

(50 markah)

- (b) Cari songsangan bagi matriks

$$\begin{pmatrix} 4 & 8 & 3 \\ 3 & 5 & 1 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Dengan demikian, selesaikan sistem persamaan

$$4x + 8y + 3z = 2$$

$$5x + 3y + z = -3$$

$$x + 4y + 3z = 5.$$

(50 markah)

4. (a) Katakan  $L: P_2 \rightarrow P_2$  suatu transformasi linear yang ditentukan oleh  $L(at^2 + bt + c) = (2a + b + c)t^2 + (2c - 3b)t + 4c$ .

- (i) Cari matriks yang mewakili L.
- (ii) Cari nilai eigen dan vektor eigen bagi L.
- (iii) Adakah L terpepenjuru? Terangkan.

(60 markah)

- (b) Katakan  $T: U \rightarrow V$  suatu transformasi linear. Jika  $W$  sebarang subruang dari  $V$ , tunjukkan  $T^{-1}(W)$  adalah suatu subruang dari  $U$ .

(40 markah)

5. (a) Katakan  $B$  adalah suatu asas ortonormal untuk  $\mathbb{R}^3$ .

$$B = \left\{ \begin{pmatrix} 1/3 \\ 2/3 \\ -2/3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2/3 \\ 1/3 \\ 2/3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2/3 \\ 2/3 \\ 1/3 \end{pmatrix} \right\}.$$

- (i) Cari koordinat untuk  $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$  dan  $\begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$  terhadap asas  $B$ .

(ii) Cari hasil darab titik (noktah) untuk koordinat yang diperolehi dari (i).

(iii) Adakah vektor-vektor yang dihasilkan daripada (i) berortogon? Terangkan.

(60 markah)

- (b)  $u$  dan  $v$  adalah vektor tak sifar dari  $\mathbb{R}^n$ . Jika  $u$  dan  $v$  adalah berortogon, buktikan  $S = \{u, v\}$  tak bersandar linear.

(40 markah)