UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2004/2005

Mac 2005

JIF 315 – Kaedah Matematik

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **ENAM** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab <u>SEMUA</u> soalan.

Baca arahan dengan teliti sebelum anda menjawab soalan.

Setiap soalan bernilai 100 markah dan markah subsoalan diperlihatkan di penghujung subsoalan itu.

(1) Pertimbangkan fungsi berikut:

$$f(x) = \cosh(ax); \qquad -\pi < x < \pi; \quad \text{a adalah pemalar}$$

Tunjukkan yang fungsi tersebut mempunyai siri Fourier bentuk kompleks yang diberikan sebagai:

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^n\, a}{(a^2+n^2)} \frac{\sinh(\pi a)}{\pi} e^{inx}$$

Petunjuk: $\cosh(x) = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}; \qquad \sinh(x) = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$

(100 markah)

2. (a) Selesaikan persamaan pembezaan berikut dengan menggunakan teknik transformasi Laplace:

$$y'' - 2y' + 2y = e^{-t}; \qquad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$$

(50 markah)

(b) Pertimbangkan persamaan pembezaan yang berikut:

$$4x^2y'' + 4xy' + (x-9)y = 0; \qquad z = \sqrt{x} \tag{1}$$

(i) Tuliskan bentuk am bagi persamaan pembezaan Bessel dan nyatakan bentuk penyelesaian amnya.

(10 markah)

(ii) Dengan pembolehubah baru yang diberi, lakukan transformasi pembolehubah untuk menukarkan persamaan (1) kepada bentuk persamaan Bessel.

(30 markah)

(iii) Nyatakan penyelesaian am bagi persamaan dalam (ii) dalam sebutan fungsi Bessel.

(5 markah)

(iv) Dari (iii), tuliskan pula penyelesaian am bagi persamaan pembezaan yang asal, yakni persamaan (1).

(5 markah)

(3) (a) Tuliskan bentuk am bagi persamaan gelombang satu dimensi, $u = u(x,t)$.

(10 markah)

(b) Dengan kaedah pembolehubah terpisahkan, terbitkan penyelesaian am bagi persamaan gelombang dalam (a).

(30 markah)

(c) Dengan syarat sempadan (2) dan syarat awal (3) yang diberikan di bawah, tentukan penyelesaian khusus bagi $u(x,t)$.

$$u(0,t) = 0; \qquad u(\pi,t) = 0 \tag{2}$$

$$u(x,0) = f(x); \qquad u_t(x,0) = 0 \tag{3}$$

(35 markah)

(d) Tentukan penyelesaian khusus, $u(x,t)$ jika fungsi f(x) dari syarat awal (3) dalam bahagian (c) adalah:

$$u(x,0) = f(x) = 3\sin(x); \qquad 0 < x < \pi$$

(25 markah)

(4) (a) Diberi vektor: $\vec{A} = [8,-1,-3]$, $\vec{B} = [-1,0,-3]$ dan $\vec{C} = [-4,11,0]$.

Tentukan:

(i) $\vec{A} \times (\vec{C} - 2\vec{B})$ (ii) $\vec{B} \bullet \vec{C} \times 3\vec{A}$

(20 markah)

(b) Diberi fungsi skalar $f = 2x^2z + 3xy$ dan fungsi vektor $\vec{v} = [-x, 2y, 3z - x^2]$ dan $\vec{w} = [-4z^3, x^2 + 2y^2, 3x^2]$. Tentukan yang berikut:

(i) $[(\nabla f) \times \vec{v}]$ (ii) $[(\nabla \times \vec{w}) \times \vec{v}]$

(20 markah)

(c) Pertimbangkan satu lengkung C yang diwakili dengan:

$$\vec{r}(t) = 2t\,\hat{i} + [4\sin(3t)]\,\hat{j} + [4\cos(3t)]\,\hat{k}; \qquad 0 \le t \le 2\pi$$

Tentukan yang berikut:

(i) vektor tangen berunit, $\vec{T} = \vec{T}(t)$

(20 markah)

(ii) panjang lengkuk, l

(15 markah)

(iii) vektor kedudukan dengan s sebagai parameter, $\vec{r} = \vec{r}(s)$

(15 markah)

(iv) vektor tangen berunit, $\vec{T} = \vec{T}(s)$.

(10 markah)

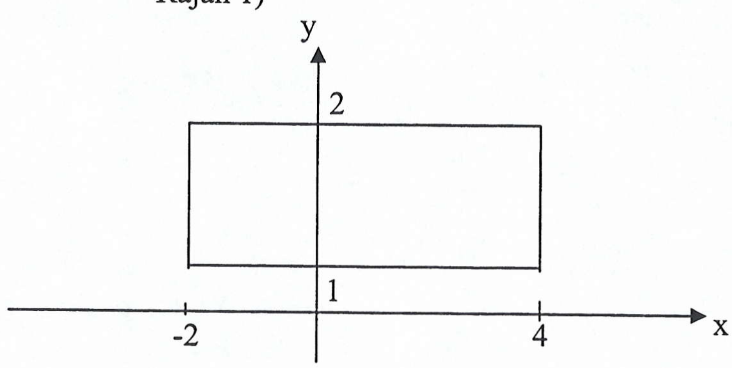
(5) (a) (i) Nyatakan Teorem Green dalam satah xy.

(10 markah)

(ii) Tentusahkan Teorem Green dalam satah xy bagi:

$$\vec{f} = 3xy\,\hat{i} + 2xy\,\hat{j}$$

C : segiempat dengan sempadan $x = -2$, $x = 4$, $y = 1$ dan $y = 2$ (lihat Rajah 1)



Rajah 1

(30 markah)

Lampiran

Jadual Transformasi Laplace

$f(t)$	$L\{f(t)\} = F(s)$
c	$\frac{c}{s}$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}$
te^{at}	$\frac{1}{(s-a)^2}$
$\sin(at)$	$\frac{a}{s^2+a^2}$
$\cos(at)$	$\frac{s}{s^2+a^2}$
$e^{at}\sin(kt)$	$\frac{k}{(s-a)^2+k^2}$
$e^{at}\cos(kt)$	$\frac{s-a}{(s-a)^2+k^2}$

- oooo0ooo -