

---

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Akhir  
Sidang Akademik 2007/2008

April 2008

**JIM 311 – Analisis Vektor**

Masa : 3 jam

---

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

Baca arahan dengan teliti sebelum anda menjawab soalan.

Setiap soalan diperuntukkan 100 markah.

1. (a) Diberi  $\underline{a} = 2\hat{i} - 7\hat{j} + 3\hat{k}$  dan  $\underline{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}$ , cari sudut di antara vektor  $\underline{a} - 3\underline{b}$  dengan paksi  $y$  yang positif.

(35 markah)

- (b) Jika  $\underline{a} \cdot \underline{b} \times \underline{c} = \beta$ , cari nilai bagi  $(\underline{b} - \underline{c}) \cdot \underline{a} \times \underline{c}$ .

(30 markah)

- (c) Diberi  $\hat{u}$  adalah vektor unit. Tunjukkan bahawa untuk semua vektor  $\underline{a}$ , vektor  $\underline{a} - (\underline{a} \cdot \hat{u})\hat{u}$  adalah ortogonal kepada  $\hat{u}$ .

(35 markah)

2. Satah  $\Pi_1$  dan  $\Pi_2$  masing-masing mempunyai persamaan

$$x + 2y - z = 4 \text{ dan } 2x - y - 3z = 3$$

terhadap paksi Kartesan  $Oxyz$ .

- (a) Dapatkan vektor  $\underline{n}_1$  dan  $\underline{n}_2$ , masing-masing normal kepada satah  $\Pi_1$  dan  $\Pi_2$ .

(10 markah)

- (b) Cari sudut di antara satah  $\Pi_1$  dan  $\Pi_2$ .

(25 markah)

- (c) Cari persamaan garis  $L_1$  yang merupakan garis persilangan satah  $\Pi_1$  dengan  $\Pi_2$ .

(35 markah)

- (d) Diberi garis  $L_2$  yang mempunyai persamaan

$$\underline{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} + \lambda(3\hat{j} - \hat{k})$$

tentukan sama ada  $L_1$  dan  $L_2$  bersilang. Jika bersilang, dapatkan titik persilangan.

(30 markah)

3. (a) Diberi

$$\phi(x, y, z) = 3x^2 + y^2 + 6z^2,$$

cari  $\nabla\phi$ .

(20 markah)

(b) Cari terbitan berarah,  $\frac{d\phi}{ds}$ , bagi  $\phi$  di titik P(1,1,2) dalam arah vektor

$$\underline{b} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}.$$

(30 markah)

(c) Dapatkan vektor normal yang mengarah keluar dari elipsoid

$$3x^2 + y^2 + 6z^2 = 28$$

di titik P(1,1,2).

(20 markah)

(d) Seterusnya, cari persamaan Kartesian bagi persamaan satah tangen kepada elipsoid di titik P(1,1,2).

(30 markah)

4. (a) Nilaikan kamiran garis

$$\int_{\zeta} \underline{F} \cdot d\underline{r}$$

di mana

$$\underline{F} = (y+z)\hat{i} + (z+x)\hat{j} + (x+y)\hat{k},$$

dan lengkung  $\zeta$  menghubungkan asalan dengan titik (1,1,1) dan ditakrifkan oleh

$$y = x^2, \quad z = x^3.$$

(30 markah)

(b) Guna takrif kecerunan dan keikalan untuk menunjukkan

$$\nabla \times \nabla\phi = \underline{0}$$

untuk sebarang fungsi skalar  $\phi$  (yang cukup licin).

(20 markah)

...4/-

- (c) Tunjukkan medan vektor

$$\underline{F} = (y+z)\hat{i} + (z+x)\hat{j} + (x+y)\hat{k}$$

adalah ketakputaran, yakni,  $\nabla \times \underline{F} = \underline{0}$ . Deduksikan  $\underline{F}$  boleh ditulis sebagai kecerunan medan skalar  $\phi$ , dan cari medan skalar  $\phi$  tersebut.

(30 markah)

- (d) Tentusahkan kamiran garis dalam (a) boleh dinilai oleh

$$\int_{\zeta} \underline{F} \cdot d\underline{r} = \phi(1,1,1) - \phi(0,0,0).$$

(20 markah)

5. (a) Nyatakan teorem Stokes dengan jelas.

(15 markah)

- (b) Tentusahkan teorem Stokes untuk medan vektor  $\underline{F} = 3y\hat{i} - xz\hat{j} + yz^2\hat{k}$  dan permukaan paraboloid  $S$ ,

$$2z = x^2 + y$$

yang dibatasi oleh satah mengufuk  $z = 2$ .

(50 markah)

- (c) Gunakan teorem Stokes untuk menunjukkan

$$\int_{\zeta} \nabla \phi \cdot d\underline{r} = 0$$

bagi sebarang medan skalar  $\phi$  yang licin ke atas lengkung tertutup  $\zeta$ .

(35 markah)