

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang  
Sidang Akademik 1999/2000

April 2000

JIM 101 - Kalkulus

Masa: [3 jam]

---

ARAHAN KEPADA CALON:

- Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.
- Jawab SEMUA soalan. Setiap soalan bernilai 25 markah dan markah subsoalan diperlihatkan di penghujung subsoalan itu.
- Setiap jawapan mesti dijawab di dalam buku jawapan yang disediakan.
- Alat pengira elektronik tak berprogram boleh digunakan.

---

Peringatan: Sila pastikan bahawa anda telah menulis angka giliran dengan betul.

1. (a) Buktikan secara aljabar bahawa

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C).$$

(6 markah)

- (b) Diberi  $f(x) = |x - 2|$ ,  $g(x) = |2x + 3|$  dan  $h(x) = |x|$ . Tuliskan  $(f - g + h)(x)$  tanpa tanda modulus. Lakarkan grafnya.

(6 markah)

- (c) Buktikan bahawa

(i)  $y = |x|$  tidak terbezakan di  $x = 0$ ;

(ii)  $y = |x|^3$  terbezakan di  $x = 0$ .

(7 markah)

- (d) Nyatakan nombor kompleks

$$(1 + \sqrt{3}i)^{7/2}$$

di dalam bentuk  $a + ib$ .

(6 markah)

2. (a) Dapatkan pusat, bucu, fokus dan asimptot hiperbola

$$5x^2 - 4y^2 + 20x + 8y = 4.$$

Lakarkan grafnya.

(6 markah)

- (b) Dapatkan persamaan elips yang mempunyai pusat di  $(1, 3)$ , bucu di  $(1, -1)$  serta melalui asalan.

(5 markah)

- (c) Seutas dawai sepanjang  $L$  perlu dipotong kepada dua bahagian. Bahagian pertama dibentukkan supaya menjadi sebuah bulatan dan bahagian kedua dijadikan sebuah segiempat sama. Bagaimanakah dawai tadi perlu dipotong supaya hasil tambah di antara luas bulatan dan luas segiempat sama tadi menjadi maksimum?

(7 markah)

(d) Lakarkan lengkung

$$y = \frac{x^2 + 1}{x^3 - 4x}$$

Tunjukkan semua sifat-sifat pentingnya.

(7 markah)

3. (a) Buktikan bahawa

$$\sinh^{-1} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}), x \in \mathbb{R}.$$

Seterusnya, tunjukkan bahawa

$$\frac{d}{dx} (\sinh^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

(6 markah)

(b) Dengan menggunakan kaedah bahagian demi bahagian, dapatkan

$$\int x^3 \sqrt{x^2 + 4} dx.$$

(6 markah)

(c) Dengan melakukan pecahan separa, dapatkan

$$\int \frac{x^4 dx}{(x^2 - 1)^2}.$$

(7 markah)

(d) Buktikan bahawa

$$\int_0^{\pi/4} \frac{d\theta}{1 + \tan \theta} = \frac{1}{4}(\pi + \ln 4)$$

(6 markah)

4. (a) Tukarkan persamaan Cartesan

$$(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2),$$

dengan  $a$  sebagai pemalar, kepada bentuk kutub.

(6 markah)

- (b) Lakarkan lengkung  $r = 3 - 2 \cos \theta$ . Kira luas rantau yang dibatasi oleh  $r = 3 - 2 \cos \theta$  dan  $r = 2$ .

(7 markah)

- (c) Kira luas permukaan pepejal yang terjana lengkung

$$x = 3t(t - 2), \quad y = 8t^{3/2}, \quad t \in [0, 1]$$

diputar sekitar paksi-y.

(5 markah)

- (d) Sebatang rod AB, panjangnya  $2L$ , mempunyai ketumpatan  $\rho = \rho_0 \left( 1 + \sqrt{\frac{x}{L}} \right)$ , dengan  $\rho_0$  sebagai pemalar dan  $x$  ialah jarak dari A. Tunjukkan bahawa jejari legaran rod pada suatu paksi menegak melalui A diberi oleh  $2L \sqrt{\frac{4\sqrt{2}-3}{7}}$ .

(7 markah)

- ooo0ooo -