UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Tambahan
Sidang Akademik 1994/95

Mei/Jun 1995

<u>JIM 313 - Aljabar Linear Lanjutan</u>

Masa: [3 jam]

<u>ARAHAN KEPADA CALON:</u>

- Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi <u>EMPAT</u> muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

- Jawab <u>EMPAT</u> soalan. Setiap soalan bernilai 100 markah dan markah subsoalan diperlihatkan di penghujung subsoalan itu.

- Setiap jawapan mesti dijawab di dalam buku jawapan yang disediakan.

...2/-

1. (a) $T : V \longrightarrow W$ adalah suatu transformasi linear dari ruang vektor V ke W. Buktikan

   (i) $\dim (R_T) + \dim (N_T) = \dim (V)$

   (ii) T adalah 1 - 1 jika dan hanya jika $N_T = \{\tilde{O}\}$ (60 markah)

   (b) Diberi $T : M_{2x2} \longrightarrow M_{2x3}$ sedemikian

   $$T(X) = X\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$ Tentusahkan 1(a) (40 markah)

2. (a) U dan W adalah subruang bagi R^n. Buktikan $\dim (U + W) + \dim (U \cap W) = \dim (U) + \dim (W)$.

   (60 markah)

   (b) Diberi $U = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} X \,\middle|\, X \in R^3 \right\}$ dan

   $$W = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}.$$ Tentusahkan 2(a)

   (25 markah)

   (c) $T : R^3 \longrightarrow R^3$ adalah fungsi sedemikian

   $$T(X) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} X.$$ Cari $\dim\left(R_T + N_T\right)$

   (15 markah)

3. (a) Diberi $A \in M_{n \times n}$. Buktikan A terpepenjurukan jika dan hanya jika A mempunyai suatu set n vektor eigen yang tak bersandar linear.

   (60 markah)

...3/-

(b) Bagi $A=\begin{pmatrix} -3 & -9 & -12 \\ 1 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, cari matriks P yang tak singular sedemikian

$P^{-1}AP$ adalah bentuk Jordan berkanun A.

(40 markah)

4. (a) Diberi W suatu subruang bagi R^n. Buktikan

(i) $W^{\perp} = \left\{ v \middle| v \in R^n, v \bullet w = 0 \text{ bagi semua } w \in W \right\}$ adalah suatu subruang bagi R^n.

(ii) $W \cap W^{\perp} = \left\{ \tilde{O} \right\}$

(iii) $W + W^{\perp} = R^n$

(iv) $\dim(W) + \dim(W^{\perp}) = n$

(40 markah)

(b) Diberi $W = \left\{ X \middle| \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 3 \end{pmatrix} X = \tilde{O} \right\}$. Cari suatu asas bagi

$W, W^{\perp}, W \cap W^{\perp}$ dan $W + W^{\perp}$

(40 markah)

5 (a) T : V ⟶ W adalah suatu transformasi linear dari ruang vektor V ke W. B_1 dan B_2 adalah asas tertib bagi V dan W masing-masing. Buktikan

$[T]_{B_1 B_2} [X]_{B_1} = [T(X)]_{B_2}$

(50 markah)

(b) Buktikan $[I]_{B_1 B_2} = [I]^{-1}_{B_2 B_1}$

(20 markah)

...4/-

(c) Katakan $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$. Dapatkan suatu transformasi linear

$T : R^3 \longrightarrow R^2$ sedemikian matriks perwakilan dari T berhubung dengan asas tertib

$$B_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \text{ dan } B_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \text{ialah } A.$$

(30 markah)

- oooo0000oooo -