

Peperiksaan Tambahan  
Sidang Akademik 1994/95

Mei/Jun 1995

JIM 311 - Analisis Vektor

Masa: [3 jam]

---

ARAHAN KEPADA CALON:

- Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **LIMA** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.
  - Jawab mana-mana **LIMA** soalan. Setiap soalan bernilai 100 markah dan markah subsoalan diperlihatkan di penghujung subsoalan itu.
  - Setiap jawapan mesti dijawab di dalam buku jawapan yang disediakan.
-

1. (a) Buktikan bahawa syarat perlu dan cukup untuk

$$\underline{a} \times (\underline{b} \times \underline{c}) = (\underline{a} \times \underline{b}) \times \underline{c}$$

ialah

$$(\underline{a} \times \underline{c}) \times \underline{b} = \underline{0}$$

(35 marks)

- (b) Cari nilai  $\alpha$  supaya vektor

$$\underline{a} = \alpha \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k} \text{ dan}$$

$$\underline{b} = 2\alpha \hat{i} + \alpha \hat{j} - 4\hat{k}$$

adalah berserenjang.

(30 marks)

- (c) Tunjukkan bahawa jika dua garis lurus yang diwakili oleh

$$(\underline{r} - \underline{a}) \times \underline{b} = \underline{0}$$

dan

$$(\underline{r} - \underline{c}) \times \underline{d} = \underline{0}$$

bersilang, maka

$$(\underline{a} - \underline{c}) \cdot \underline{b} \times \underline{d} = 0.$$

(35 marks)

2. (a) Jika  $\underline{F} = 2z\hat{i} + x^2\hat{j} + x\hat{k}$  dan

$$\phi = 2x^2y^2z^2, \text{ cari } (\underline{F} \times \nabla) \phi \text{ pada titik } (1, -1, 1).$$

(35 marks)

- (b) Tunjukkan bahawa

$$\text{kurl}(\text{grad } \phi) = \underline{0}$$

untuk sebarang medan skalar  $\phi$ .

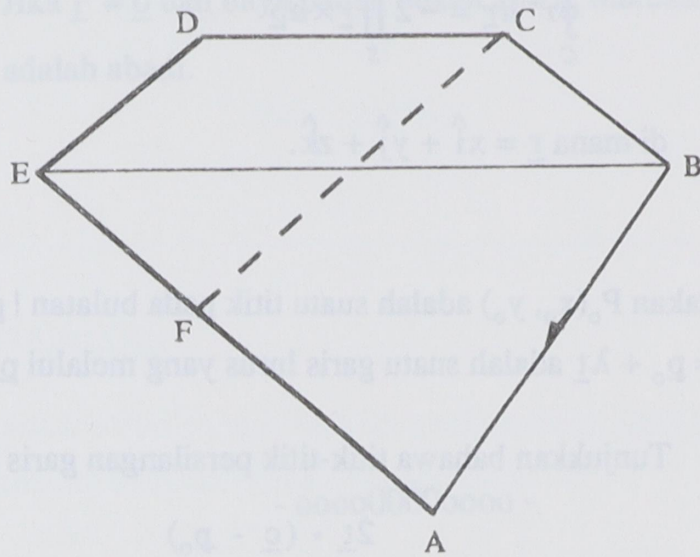
(30 marks)

- (c) Jika  $\underline{F} = x\hat{i} + 2y\hat{j} + 3z\hat{k}$ , nilaikan

$$\int_0^A \underline{F} ds$$

di sepanjang lengkungan  $\underline{r} = \left( t, \frac{t^2}{\sqrt{2}}, \frac{t^3}{3} \right)$  dari asalan 0 ke suatu titik A apabila  $t = 2\pi$ .  
(35 markah)

3. (a) Dalam Rajah 1, ABCDE adalah suatu pentagon dengan  $\vec{BE} = 3 \vec{CD}$  dan  $2 \vec{AE} = 3 \vec{BC}$ .



Rajah 1

Buktikan bahawa  $2 \vec{AB} = 3 \vec{ED}$ . Cari kedudukan titik F di atas EA supaya CF selari dengan BA.  
(35 markah)

- (b) Cari persamaan satah yang berserenjang kepada vektor  $\underline{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}$  dan melalui titik yang diberikan oleh vektor kedudukan  $\underline{b} = \hat{i} + 5\hat{j} + 3\hat{k}$ .  
(30 markah)

- (c) Jika  $\underline{w} = a\underline{u} + b\underline{v} + c(\underline{u} \times \underline{v})$  dan  $\underline{u}, \underline{v}$  masing-masing mempunyai magnitud 2 dan 3 unit, dan sudut di antara  $\underline{u}$  dan  $\underline{v}$  adalah  $\frac{\pi}{3}$ . Buktikan bahawa

$$|\underline{w}|^2 = 4a^2 + 6ab + 9b^2 + 27c^2.$$

(35 markah)

4. (a) Nyatakan Teorem Stokes dengan jelas. Diberi medan vektor

$$\underline{F} = (x - y)\hat{i} + 2z\hat{j} + x^2\hat{k},$$

nilaikan

$$\iint_S \text{kurl } \underline{F} \cdot d\underline{S}$$

di mana S adalah permukaan kon  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ , untuk  $x^2 + y^2 \leq 4$ .

(60 marka

(b) Buktikan

$$\oint_C \underline{r}^2 d\underline{r} = -2 \iint_S \underline{r} \times d\underline{S}$$

di mana  $\underline{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ .

(40 marka

5. Katakan  $P_o(x_o, y_o)$  adalah suatu titik pada bulatan  $|\underline{p}|^2 - 2\underline{p} \cdot \underline{c} + f = 0$ , dan  $\underline{p} = \underline{p}_o + \lambda \underline{t}$  adalah suatu garis lurus yang melalui  $\underline{p}_o$  dan selari dengan vektor  $\underline{t}$

(a) Tunjukkan bahawa titik-titik persilangan garis lurus dan bulatan itu ialah

$$\underline{p}_o \text{ dan } \underline{p}_o + \frac{2\underline{t} \cdot (\underline{c} - \underline{p}_o)}{|\underline{t}|} \underline{t}.$$

(40 marka

(b) Deduksikan bahawa jika garis lurus  $\underline{p} = \underline{p}_o + \lambda \frac{\underline{t}}{2}$  adalah suatu tangen kepada bulatan  $|\underline{p}|^2 - 2\underline{p} \cdot \underline{c} + f = 0$ , pada  $\underline{p}_o$ , maka

$$\underline{t} \cdot (\underline{c} - \underline{p}_o) = 0.$$

Seterusnya, tunjukkan bahawa jika  $\underline{p}$  adalah sebarang titik pada tangen itu  $(\underline{p} - \underline{p}_o) \cdot (\underline{c} - \underline{p}_o) = 0$ .

(60 marka

6. (a) Vektor kedudukan suatu zarah dalam gerakan sesatah pada sebarang masa diberi oleh

$$\underline{r} = (a \cos wt)\hat{i} + (b \sin wt)\hat{j}.$$

Tunjukkan bahawa pecutannya sentiasa mengarah kepada asalan.

(35 marka

- (b) Dengan menggunakan tatatanda biasa, persamaan keseimbangan suatu bendalir yang berkeadaan diam diberi oleh

$$\nabla P = \rho \underline{F}.$$

- (i) Tunjukkan bahawa

$$\rho \text{ kurl } \underline{F} - \underline{F} \times \text{grad } \rho = \underline{0}, \text{ dan } \underline{F} \cdot \text{kurl } \underline{F} = 0.$$

- (ii) Jika  $\underline{F} \neq \underline{0}$  dan daya badan bukan abadi, buktikan bahawa  $\underline{F}$  dan kurl  $\underline{F}$  adalah abadi.

(65 markah)

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi SEMBILAN muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan menjawab soalan ini.

- ooooo0000oooo -

Jawab semua mana 10/10 soalan. Setiap soalan bernilai 100 markah dan markah tambahan diperlihatkan di penghujung soalan ini.

Selagi jawapan mesti dijawab di dalam buku jawapan yang disediakan.