

Peperiksaan Tambahan
Sidang Akademik 1994/95

Mei/Jun 1995

JIM 002–Matematik II

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON

- Sila pastikan bahawa kertas ujian ini mengandungi **LIMA** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan ujian ini.
 - Jawab mana-mana **LIMA** soalan. Setiap soalan bernilai 100 markah dan markah subsoalan diperlihatkan di penghujung subsoalan itu.
 - Setiap jawapan mesti dijawab di dalam buku jawapan yang disediakan.
 - Alat pengira elektronik boleh digunakan.
-

1. (a) Cari hasil tambah bagi n sebutan yang pertama bagi siri geometri

$$5 + \frac{5}{6} + \frac{5}{6^2} + \frac{5}{6^3} + \dots + \frac{5}{6^n} + \dots$$

Seterusnya dapatkan hasil tambah ketakterhinggaannya.

Dapatkan nilai n supaya hasil tambah siri ini tidak melebihi 5.999.

(40 markah)

- (b) Dengan menggunakan aruhan matematik buktikan bahawa

$$\sum_{k=1}^n k(k+1) = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$$

(30 markah)

- (c) Dapatkan koefisien bagi $\frac{1}{x^2}$ di dalam kembangan bagi

$$\left(2x + \frac{1}{2x}\right)^{12}$$

(30 markah)

2. (a) Tunjukkan bahawa matriks yang mewakili putaran θ° terhadap asalan diberi oleh

$$R_\theta = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

Dapatkan R_{30} dan R_{45} . Seterusnya tentusahkan bahawa $R_{30}R_{45} = R_{75}$

(50 markah)

- (b) Diberi matriks

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 6 & 3 \\ 2 & -4 & 0 \end{pmatrix} \text{ dan}$$

$$B = \begin{pmatrix} 12 & 4 & 12 \\ 6 & 2 & -10 \\ -16 & 16 & 16 \end{pmatrix}$$

Kira matriks AB.

Seterusnya selesaikan persamaan serentak

$$\begin{aligned} 3x + 2y - z &= 1 \\ x + 6y + 3z &= 0 \\ 2x - 4y &= 0 \end{aligned}$$

(50 markah)

3. (a) Dapatkan bucu, paksi, fokus, direktriks dan hujung-hujung latus rektum bagi parabola

$$9x^2 - 12x - 36y - 8 = 0.$$

Lakarkan parabola ini.

Tuliskan persamaan berparameter bagi parabola ini.

(40 markah)

- (b) Bincangkan dengan bantuan rajah-rajah yang sesuai peranan keeksentrikan suatu elips.

Keeksentrikan orbit bumi ialah 0.02 dan orbit pluto ialah 0.25. Apakah perbezaan yang jelas di antara kedua-dua orbit ini?

(30 markah)

- (c) Jika persamaan elips yang berpusat di (h,k) diberi oleh

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1,$$

dapatkan pusat bagi elips

$$16x^2 + 25y^2 + 16x + 4 = 100y.$$

(30 markah)

4. (a) Nilaikan kamiran berikut:

(i) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{36-x^2}}$.

(ii) $\int \frac{x+4}{x^3+3x^2-10x} dx$.

(iii) $\int_{-1}^1 \cos^{-1} x dx$

(60 markah)

- (b) Rantau yang dibatasi oleh $y = e^{x/3}$, $y = \frac{1}{x}$, $x = 1$ dan $x = 4$ dikisarkan mengelilingi paksi-x. Kira isipadu pepejal yang terjana.

(40 markah)

...4/-

5. (a) Cari nilai x supaya

$$\left| \frac{x-2}{x+1} \right| < 3.$$

(40 markah)

- (b) Tunjukkan bahawa punca-punca bagi persamaan $(m-2)x^2 - (8-2m)x - (8-3m) = 0$ adalah nyata jika $0 < m < 3$.

(30 markah)

- (c) Jika $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 5$, dapatkan

(i) $\begin{vmatrix} -a & -b & -c \\ 2d & 2e & 2f \\ -g & -h & -i \end{vmatrix}$

(ii) $\begin{vmatrix} a+d & b+e & c+f \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$

(iii) $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d-3a & e-3b & f-3c \\ 2g & 2h & 2i \end{vmatrix}$

(30 markah)

6. (a) Jika $y = \frac{\sqrt{(x-1)^3(x-3)}}{(x-2)^2}$, melalui penggunaan logaritma, tunjukkan bahawa

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\sqrt{x-1}(x-4)}{\sqrt{x-3}(x-2)^3}.$$

(40 markah)

- (b) Kos untuk menghasilkan suatu barang ialah RM K (K ringgit Malaysia). Jika barang ini dapat dijual dengan harga RM X , bilangan (N) yang dapat dijual ialah

$$N = \frac{A}{X-K} + B(100-X),$$

A dan B ialah pemalar positif. Berapakah harga jualan untuk menghasilkan keuntungan yang maksimum?
(30 markah)

- (c) Suatu elips yang berpusat di asalan melalui titik-titik $\left(1, \frac{3}{2}\sqrt{15}\right)$ dan $(2, 3\sqrt{3})$.
Dapatkan persamaan elips ini.
(30 markah)

- oooOooo -