
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2003/2004

Februari/Mac 2004

ZCT 304/3 – Keelektrikan Dan Kemagnetan

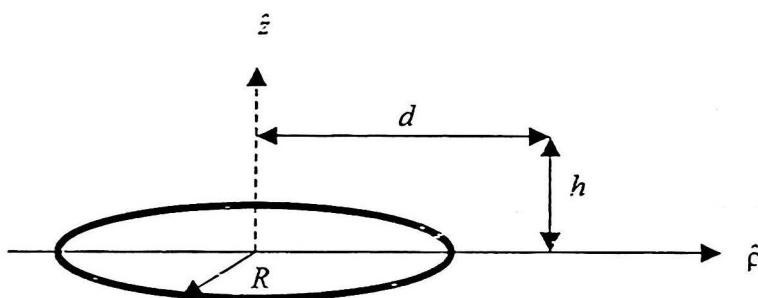
Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **TUJUH** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab kesemua **ENAM** soalan. Kesemuanya wajib dijawab dalam Bahasa Malaysia.

BAHAGIAN KEELEKTRIKAN

1. (a) Pertimbangkan konfigurasi garisan berbentuk bulatan seperti di Rajah 1. Ia mempunyai ketumpatan cas garisan λ Coul m^{-1} . Cari \vec{E} di titik P dengan menggunakan kordinat silinderan. (Anda tidak perlu selesaikan kamiran yang terhasil).



Rajah 1

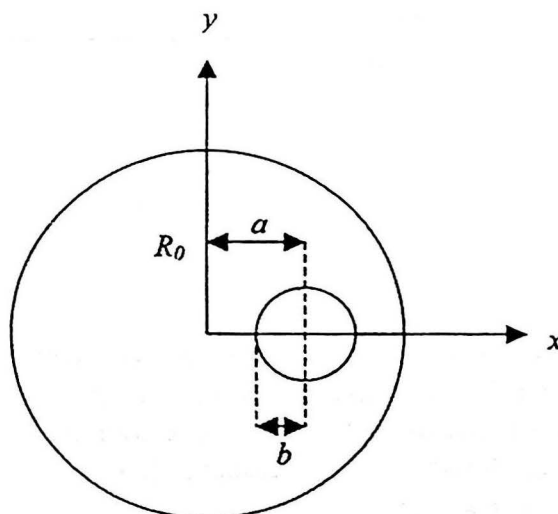
- (b) Satu silinder dielektrik yang panjang berjejari a mengandungi ketumpatan cas bebas $\rho_f = r/\alpha$ di mana α adalah pemalar. Dapatkan medan elektrik di kawasan $r \leq a$ dan $r \geq a$. Gunakan hukum Gauss. (100/100)
2. Suatu sfera dielektrik telah terkutub dengan vektor pengkutuban $\vec{P} = (K/r)\hat{r}$, \hat{r} merupakan vektor unit jejarian.
- (a) Hitung ketumpatan isipadu cas terikat, ρ_b dan ketumpatan permukaan cas terikat, σ_b .
- (b) Dengan menggunakan hukum Gauss bagi dielektrik, hitung ketumpatan isipadu cas bebas, ρ_f .
- (c) Cari tenaga keupayaan elektrik yang diperolehi sfera dielektrik tersebut.
- (d) Hitung keupayaan elektrik, V , di bahagian dalam dan luar sfera. (100/100)

...3/-

3. (a) Buktikan bahawa ketumpatan permukaan cas bebas di permukaan konduktor adalah $\sigma = \epsilon_0 E_{\perp}$ di mana E_{\perp} adalah komponen medan elektrik yang tegak lurus dengan permukaan konduktor.
- (b) Satu kapasitor berbentuk sfera mengandungi dua petala sfera konduktor yang sepusat berjejari r_a dan r_b ($r_a < r_b$). Petala bahagian dalam di caskan supaya mempunyai keupayaan elektrik V_0 dan petala bahagian luar mempunyai keupayaan elektrik $V=0$. Ruang di antara kedua petala telah diisi dengan cas di mana ketumpatan casnya adalah $\rho = \rho_0 r$ (ρ_0 adalah pemalar).
- (i) Dengan menggunakan persamaan Poisson, hitung keupayaan elektrik, V yang terhasil di ruang antara kedua konduktor.
- (ii) Apakah ketumpatan permukaan cas bebas di tiap-tiap konduktor?
(100/100)

BAHAGIAN KEMAGNETAN

4. (a) Suatu konduktor silinder panjang berjejari R_0 dengan paksinya selari dengan paksi z, membawa taburan arus seragam I_0 dalam arah +z. Kirakan medan magnet \vec{B} di dalam dan di luar silinder.
- (b) Satu lubang berbentuk silinder di buat dalam konduktor tersebut selari dengan paksi silinder supaya keratan rentasnya seperti dalam Rajah 2. Titik tengah lubang tersebut berada di $x = a$, dan jejariya ialah b . Konduktor ini membawa arus I_0 seperti dalam (a). Tentukan pula medan magnet dalam lubang ini.

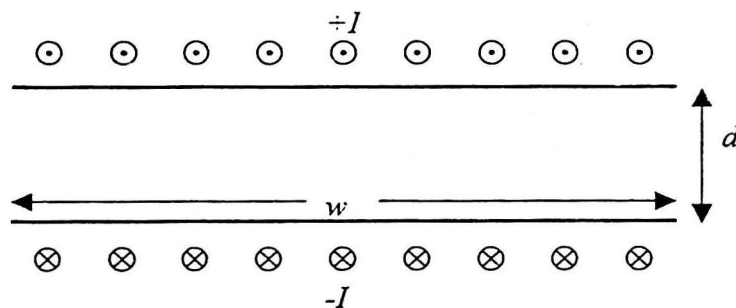


Rajah 2

(100/100)

...4/-

5. (a) Suatu solenoid panjang dengan lilitan yang padat membawa arus yang bergantung kepada masa $I_S(t)$.
- Tentukan medan elektrik pada jejari r di dalam dan di luar solenoid. Gunakan magnetostatik untuk mengira medan \vec{B} untuk arus mantap dan untuk arus yang berubah.
 - Daripada keputusan bahagian (i), kirakan keikalan \vec{E} pada jejari r .
- (b) Dua arus yang sama tetapi bertentangan, $+I$ dan $-I$ mengalir dalam dua plat panjang yang selari seperti yang ditunjukkan dalam Rajah 3. Plat-plat tersebut mempunyai kelebaran w dan jarak pemisahan d antara plat-platnya dimana d adalah kecil.
- Dengan mengabaikan kesan sisi, kirakan medan magnet antara plat-plat dengan hukum Ampere.
 - Kirakan tenaga medan magnet seunit panjang.
 - Gunakan keputusan bahagian (ii) untuk menunjukkan bahawa swa-induktans seunit panjang adalah bersamaan dengan $\frac{\mu_0 d}{w}$.



Rajah 3

(100/100)

6. (a) Satu silinder panjang kuprum ditempatkan dalam medan magnet $B_0 \hat{k}$ selari dengan paksi silinder di mana $B_0 = 1 \text{ T}$. Kirakan medan magnet \vec{B} di dalam dan di luar silinder, dan kirakan juga ketumpatan arus permukaan yang terikat, \vec{K}_b . Diberi, kerentanan magnet bagi kuprum ialah $\chi_m = -9.6 \times 10^{-6}$.

...5/-

- (b) Katakan pula medan magnet yang dikenakan tegak lurus dengan paksi silinder dalam arah x , iaitu $B_0 \hat{i}$ di mana $B_0 = 1 \text{ T}$. Kirakan medan magnet \vec{B} di dalam dan di luar silinder jika jejari silinder ialah $a = 1 \text{ m}$. Gunakan keupayaan skalar magnet dalam koordinat silinder.

(100/100)

Vector Derivatives

Cartesian Coordinates

$$d\ell = \hat{i} dx + \hat{j} dy + \hat{k} dz, \quad dV = dx dy dz$$

$$\nabla f = \hat{i} \frac{\partial f}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial f}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial f}{\partial z}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \hat{i} \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) + \hat{j} \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \hat{k} \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right)$$

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

Cylindrical Coordinates

$$d\ell = \hat{r} dr + \hat{\phi} r d\phi + \hat{k} dz, \quad dV = r dr d\phi dz$$

$$\nabla f = \hat{r} \frac{\partial f}{\partial r} + \hat{\phi} \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \phi} + \hat{k} \frac{\partial f}{\partial z}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \hat{r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right) + \hat{\phi} \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) + \hat{k} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi) - \frac{1}{r} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} \right]$$

$$\nabla^2 f = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

Spherical Coordinates

$$d\ell = \hat{r} dr + \hat{\theta} r d\theta + \hat{\phi} r \sin \theta d\phi, \quad dV = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$$

$$\nabla f = \hat{r} \frac{\partial f}{\partial r} + \hat{\theta} \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} + \hat{\phi} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \phi}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \frac{\hat{r}}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_\phi) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi} \right] + \frac{\hat{\theta}}{r} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi) \right] + \frac{\hat{\phi}}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right]$$

$$\nabla^2 f = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2}$$

Vector Formulas

$$\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{C} = \mathbf{C} \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = (\mathbf{C} \times \mathbf{A}) \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot (\mathbf{C} \times \mathbf{A})$$

$$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \mathbf{B}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}) - \mathbf{C}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$$

$$(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cdot (\mathbf{C} \times \mathbf{D}) = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{C})(\mathbf{B} \cdot \mathbf{D}) - (\mathbf{A} \cdot \mathbf{D})(\mathbf{B} \cdot \mathbf{C})$$

Derivatives of Sums

$$\nabla(f + g) = \nabla f + \nabla g$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{A} + \mathbf{B}) = \nabla \cdot \mathbf{A} + \nabla \cdot \mathbf{B}$$

$$\nabla \times (\mathbf{A} + \mathbf{B}) = \nabla \times \mathbf{A} + \nabla \times \mathbf{B}$$

Derivatives of Products

$$\nabla(fg) = f\nabla g + g\nabla f$$

$$\nabla(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) = \mathbf{A} \times (\nabla \times \mathbf{B}) + \mathbf{B} \times (\nabla \times \mathbf{A}) + (\mathbf{A} \cdot \nabla)\mathbf{B} + (\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{A}$$

$$\nabla \cdot (f\mathbf{A}) = f(\nabla \cdot \mathbf{A}) + \mathbf{A} \cdot (\nabla f)$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{B} \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) - \mathbf{A} \cdot (\nabla \times \mathbf{B})$$

$$\nabla \times (f\mathbf{A}) = f(\nabla \times \mathbf{A}) - \mathbf{A} \times (\nabla f)$$

$$\nabla \times (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{A}(\nabla \cdot \mathbf{B}) - \mathbf{B}(\nabla \cdot \mathbf{A}) + (\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{A} - (\mathbf{A} \cdot \nabla)\mathbf{B}$$

Second Derivatives

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$$

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = 0$$

$$\nabla \times (\nabla f) = 0$$

Integral Theorems

$$\int_V (\nabla \cdot \mathbf{A}) dV = \oint_S \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{n}} dS \quad \text{Gauss's (divergence) Theorem}$$

$$\int_S (\nabla \times \mathbf{A}) \cdot \hat{\mathbf{n}} dS = \oint_C \mathbf{A} \cdot d\boldsymbol{\ell} \quad \text{Stokes's (curl) Theorem}$$

$$\int_a^b (\nabla f) \cdot d\boldsymbol{\ell} = f(\mathbf{b}) - f(\mathbf{a})$$

$$\int_V (f\nabla^2 g - g\nabla^2 f) dV = \oint_S (f\nabla g - g\nabla f) \cdot \hat{\mathbf{n}} dS \quad \text{Green's Theorem}$$

