
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua

Sidang Akademik 2003/2004

Februari - Mac 2004

ZCE 208/2 - MEKANIK KLASIK

Masa: 2 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **ENAM** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab kesemua EMPAT soalan. Kesemuanya wajib dijawab dalam Bahasa Malaysia.

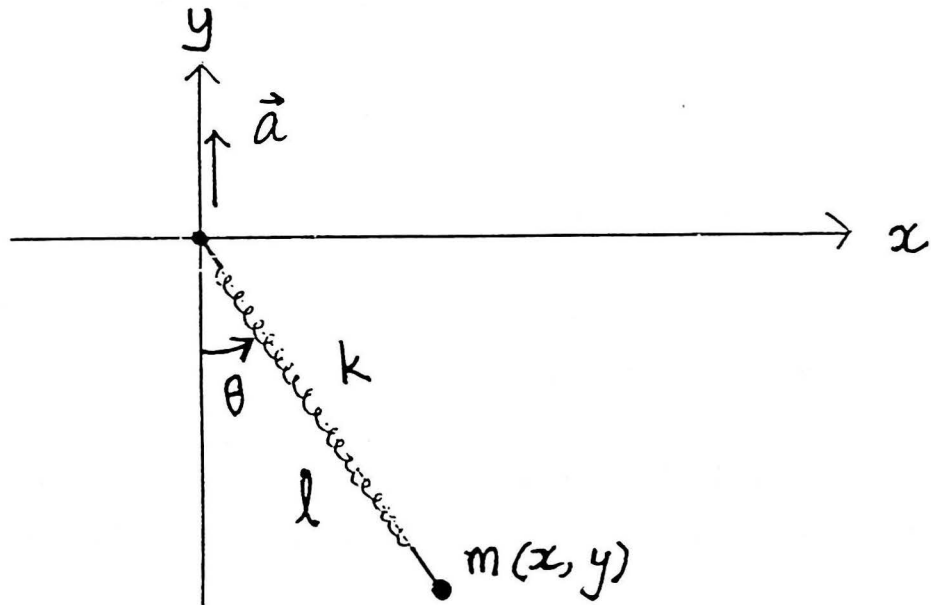
Diberi bersama kertas soalan ini ialah Jadual Formula **F** (2 muka surat).

...2/-

1. Tulis Persamaan Euler dan tunjukkan bahawa jarak yang terpendek di antara dua titik dalam ruang tiga dimensi ialah suatu garis lurus.

(25 Markah)

2. Suatu bandul mengandungi suatu jisim m yang disangkut kepada suatu



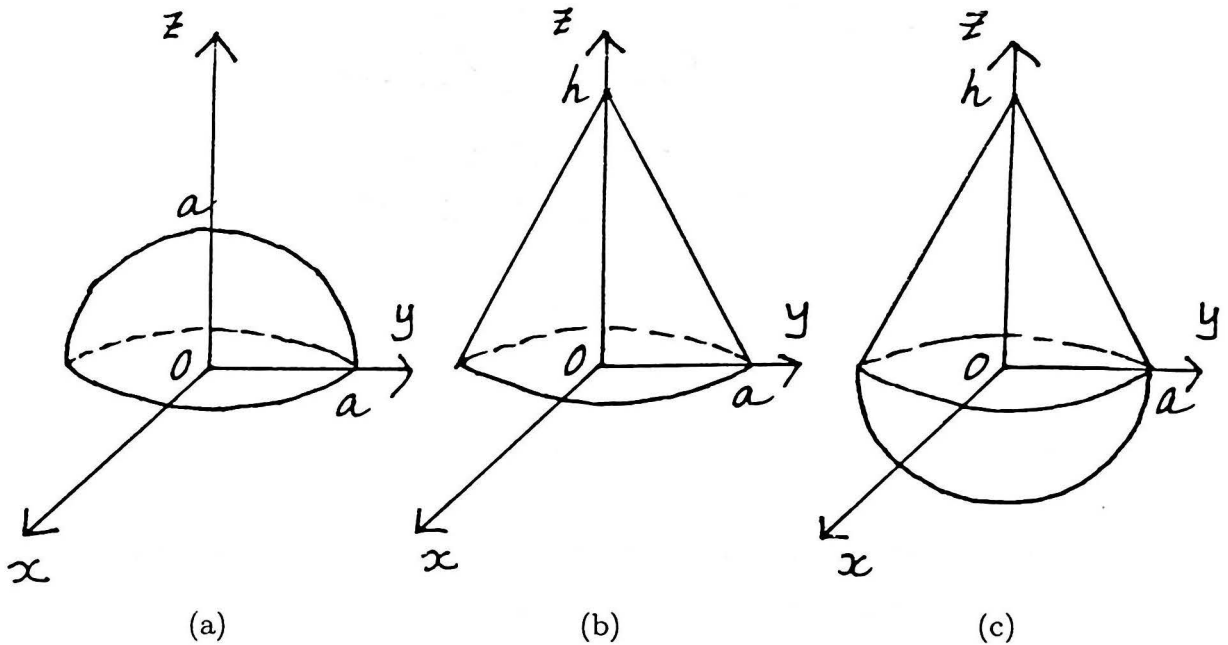
spring tidak berjisim dengan panjang asal l_0 dan konstan spring k . Bandul itu digantung kepada suatu alat penyokong tidak berjisim yang bergerak ke atas secara tegak dengan pecutan konstan \vec{a} dari rehat.

- (a) Dengan menggunakan kaedah Lagrangian, cari persamaan-persamaan gerakan.
 (b) Cari Hamiltonian sistem ini.
 (c) Apakah tempoh osilasi kecilnya?

(25 Markah)

...3/-

3. Cari pusat jisim bagi objek-objek berikut:



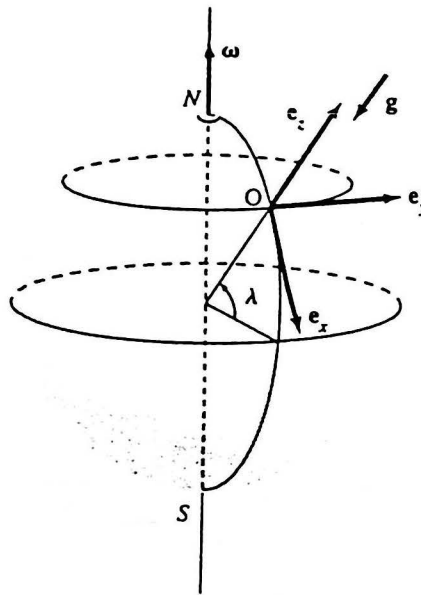
- (a) Suatu hemisfera pepejal berketumpatan konstan ρ_0 dan berjari a .
 (b) Suatu kon pepejal berketumpatan konstan ρ_0 , berdasar $2a$ dan tinggi h .
 (c) Suatu kon pepejal berdasar $2a$ dan tinggi h dan suatu hemisfera pepejal berjari a dengan kedua-dua dasar mereka bersentuhan. Kon dan hemisfera itu juga seragam dan berketumpatan ρ_0 .

(25 Markah)

4. Suatu projektil ditembak ke timur dari suatu titik di permukaan Bumi pada suatu latitud λ di utara dengan laju V_0 dan pada suatu sudut condong α terhadap garis ufuk. Anggapkan Bumi berputar dengan halaju sudut $\vec{\omega}$ terhadap paksinya.

- (a) Apakah daya berkesan \vec{F}_k yang bertindak ke atas projektil itu jika halajunya relatif ke Bumi ialah \vec{v}_p ?

...4/-



- (b) Apakah daya emparan yang bertindak ke atas projektil itu? Untuk kes (soalan) ini kita boleh abaikan daya ini. Kenapa?
- (c) Dengan menggunakan koordinat segi empat tepat seperti di gambarajah di atas, tulis halaju sudut $\vec{\omega}$ dan halaju relatif projektil itu \vec{v}_p dalam sebutan \hat{e}_x , \hat{e}_y , dan \hat{e}_z . Selepas itu cari pecutan Coriolis yang bertindak ke atas projektil itu.
- (d) Apakah jumlah pecutan yang bertindak ke atas projektil itu?
- (e) Dari jawapan bahagian (d), tunjukkan bahawa pemesongan lateral (dalam arah x) apabila projektil itu menghentam Bumi ialah

$$d = \frac{4V_0^3}{g^2} \omega \sin \lambda \sin^2 \alpha \cos \alpha.$$

(25 Markah)

...5/-

A P P E N D I X

F

DIFFERENTIAL RELATIONS IN DIFFERENT COORDINATE SYSTEMS

F.1 RECTANGULAR COORDINATES

$$\text{grad } U = \nabla U = \sum_i \mathbf{e}_i \frac{\partial U}{\partial x_i} \quad (\text{F.1})$$

$$\text{div } \mathbf{A} = \nabla \cdot \mathbf{A} = \sum_i \frac{\partial A_i}{\partial x_i} \quad (\text{F.2})$$

$$\text{curl } \mathbf{A} = \nabla \times \mathbf{A} = \sum_{i,j,k} \epsilon_{ijk} \frac{\partial A_k}{\partial x_j} \mathbf{e}_i \quad (\text{F.3})$$

$$\nabla^2 U = \nabla \cdot \nabla U = \sum_i \frac{\partial^2 U}{\partial x_i^2} \quad (\text{F.4})$$

F.2 CYLINDRICAL COORDINATES

Refer to Figures F-1 and F-2.

$$x_1 = r \cos \phi, \quad x_2 = r \sin \phi, \quad x_3 = z \quad (\text{F.5})$$

$$r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}, \quad \phi = \tan^{-1} \frac{x_2}{x_1}, \quad z = x_3 \quad (\text{F.6})$$

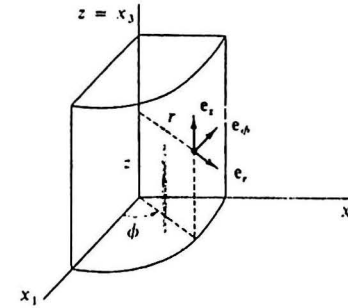


FIGURE F-1

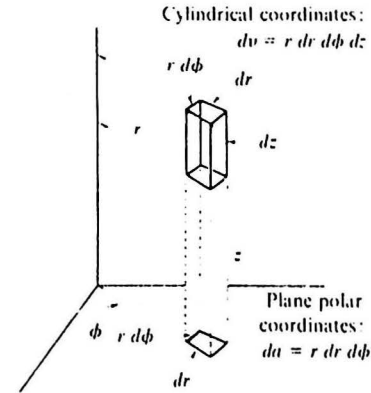


FIGURE F-2

$$ds^2 = dr^2 + r^2 d\phi^2 + dz^2 \quad (\text{F.7})$$

$$dv = r dr d\phi dz \quad (\text{F.8})$$

$$\text{grad } \psi = \nabla \psi = \mathbf{e}_r \frac{\partial \psi}{\partial r} + \mathbf{e}_\phi \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \phi} + \mathbf{e}_z \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (\text{F.9})$$

$$\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (\text{F.10})$$

$$\begin{aligned} \text{curl } \mathbf{A} = & \mathbf{e}_r \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right) + \mathbf{e}_\phi \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \\ & + \mathbf{e}_z \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi) - \frac{1}{r} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} \right) \quad (\text{F.11}) \end{aligned}$$

75

19...

- 5 -

[2007 2001]

$$\nabla^2 \psi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \quad (\text{F.12})$$

F.3 SPHERICAL COORDINATES

Refer to Figures F-3 and F-4.

$$x_1 = r \sin \theta \cos \phi, \quad x_2 = r \sin \theta \sin \phi, \quad x_3 = r \cos \theta \quad (\text{F.13})$$

$$r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}, \quad \theta = \cos^{-1} \frac{x_3}{r}, \quad \phi = \tan^{-1} \frac{x_2}{x_1} \quad (\text{F.14})$$

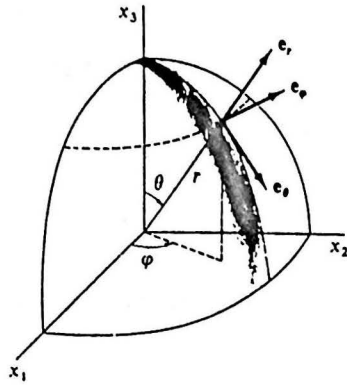


FIGURE F-3

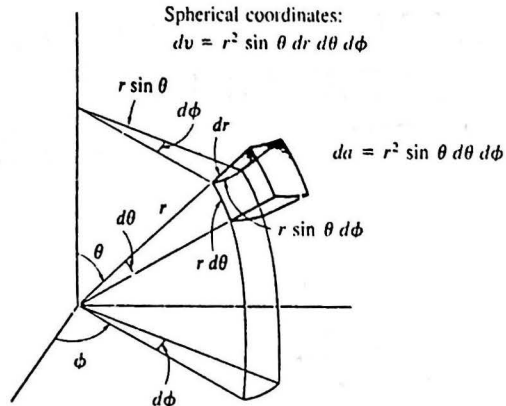


FIGURE F-4

$$ds^2 = dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \quad (\text{F.15})$$

$$dv = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi \quad (\text{F.16})$$

$$\text{grad } \psi = \nabla \psi = e_r \frac{\partial \psi}{\partial r} + e_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} + e_\phi \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \phi} \quad (\text{F.17})$$

$$\text{div } \Lambda = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \Lambda_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\Lambda_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \Lambda_\phi}{\partial \phi} \quad (\text{F.18})$$

$$\begin{aligned} \text{curl } \Lambda = e_r \frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (\Lambda_\phi \sin \theta) - \frac{\partial \Lambda_\theta}{\partial \phi} \right] \\ + e_\theta \frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial \Lambda_r}{\partial \phi} - \sin \theta \frac{\partial}{\partial r} (r \Lambda_\phi) \right] \\ + e_\phi \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r \Lambda_\theta) - \frac{\partial \Lambda_r}{\partial \theta} \right] \end{aligned} \quad (\text{F.19})$$

$$\nabla^2 \psi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} \quad (\text{F.20})$$

76

- 000 00 000 -

- 6 -

[200-007]