UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2004/2005

Februari - Mac 2005

ZCT 304/3 - Keelektrikan dan Kemagnetan

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **LAPAN** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

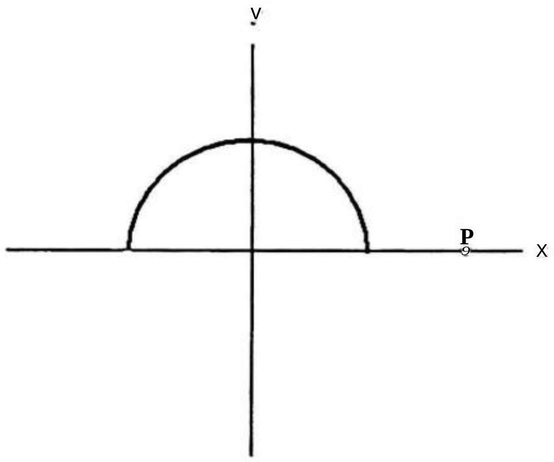
Jawab **ENAM** soalan. **TIGA** dari Bahagian A dan **TIGA** dari Bahagian B. Kesemuanya wajib dijawab dalam Bahasa Malaysia.

...2/-

BAHAGIAN A

1. Pertimbangkan konflgurasi garisan berbentuk separuh bulatan dengan jejari R seperti ditunjukkan oleh Rajah 1. Ia mempunyai ketumpatan cas garisan A Coul m^{-1}.

   Cari $\bar{E}$ di titik P dengan menggunakan kordinat silinderan. Jarak titik P dari titik asalan adalah l.



Rajah 1

(100/100**)**

2. Pertimbangkan dua silinder konduktor berdinding nipis yang sepusat. Jejarinya adalah a dan b $(b > a)$. Silinder bahagian dalam mempunyai keupayaan $V=V_a$ dan bahagian luar $V=V_f$. Ruang di antara kedua silinder mengandungi cas di mana ketumpatannya adalah $p=k/r$ (k adalah pemalar). Dapatkan keupayaan elektrik, $V(r)$, di ruang antara silinder dan hitungkan ketumpatan permukaan cas bebas di setiap silinder.

(100/100**)**

3. (a) Tuliskan hukum Gauss dalam bentuk kamiran. Dengan satu ayat sahaja, terangkan apa yang dimaksudkan oleh hukum ini. Kemudian terbitkan hukum ini dalam bentuk pembezaan.

(30/100)

   (b) Satu silinder dielektrik yang panjang berjejari a mengandungi ketumpatan cas bebas $p_f = r/a$ di mana a adalah pemalar. Dapatkan medan elektrik di kawasan $r \leq a$ dan $r \geq a$. Gunakan hukum Gauss.

(70/100)

4. Suat sfera dielektrik beijejari R telah terkutub dengan vektor pengkutuban $\bar{P} = \left(AT/ \; ra^{\sim\prime} \right)\hat{r}$, $\hat{r}$ merupakan vektor unit jejarian.

   (a) Hitung ketumpatan isipadu cas terikat, ρ_b, dan ketumpatan permukaan cas terikat, c$\wedge$.

   (b) Tunjukkan bahawa jumlah cas terikat adalah sifar.

   (c) Jika pemalar dielektrik bagi bahan dielektrik ini adalah er = 77, dapatkan vektor sesaran di bahagian dalam sfera. Kemudian, dengan menggunakan hukum Gauss bagi dielektrik, hitung ketumpatan isipadu cas bebas, pj, yang terdapat di dalam sfera tersebut.

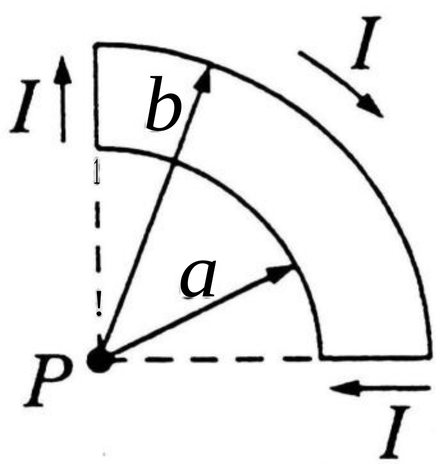
(100/100)

BAHAGIAN B

5. (a) Tunjukkan apakah yang dimaksudkan dengan ketumpatan arus permukaan, K, dan ketumpatan arus isipadu, J. Tuliskan hukum Biot-Savart untuk menghitung medan magnet, B, yang dihasilkan oleh (i) dawai konduktor yang membawa arus 7, (ii) konduktor yang membawa arus ketumpatan, dan (iii) konduktor yang membawa arus isipadu.

(30/100)

   (b) Pertimbangkan konfigurasi dawai halus yang membawa arus I seperti yang ditunjukkan oleh Rajah 2 di bawah. Dengan menggunakan hukum Biot-Savart, hitung medan magnet B yang terhasil di titik P.



Rajah 2

(70/100)

...4/-

6. (a) Tuliskan hukum Ampere bagi medan magnet **B** dan bagi vektor keupayaan magnet, A. Apakah kaitan di antara **B** dan A?

(30/100)

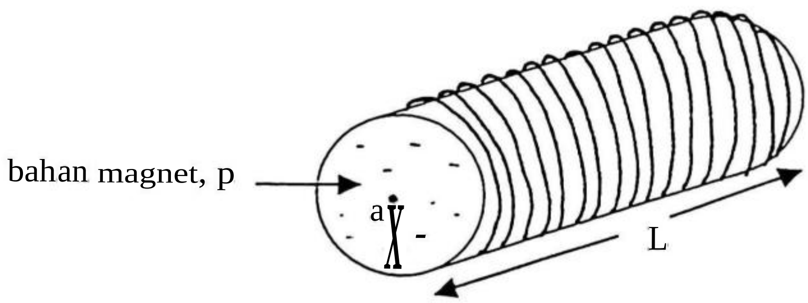
(b) Satu toroid mempunyai 1000 lilitan dan membawa arus I. Keratan rentasnya berbentuk segi empat dengan ketinggian h dan jejari bahagian dalam a dan bahagian luar b.. Dengan menggunakan hukum Ampere, dapatkan (i) medan magnet **B** yang terhasil di bahagian dalam $(a < r < b)$ toroid, dan (ii) vektor keupayaan magnet A di bahagian dalam $(a < r < b)$ dan luar (r > b) toroid.

(70/100)

7. (a) Buktikan bahawa medan magnet yang dihasilkan oleh satu solenoid unggul adalah $B = \mu_0 n I$ di mana n adalah bilangan lilitan per meter.

(30/100)

(b) Satu solenoid sepanjang L dengan bilangan lilitan N dan beijejari a mengandungi bahan magnet dengan pemalar ketelapan magnet μ di bahagian dalamnya. LihatRajah 3.



Rajah 3

(i) Dapatkan vektor keupayaan magnet A di bahagian dalam dan luar solenoid: $r < a$ dan $r \geq a$.

(ii) Cari **M**, $\bar{H}$ dan $\bar{J}_e$ di ruang bahan magnet.

(70/100)

8. (a) Tulis keempat-empat persamaan Maxwell dalam bentuk pembezaan bagi vakum. Kemudian terbitkan persamaan gelombang elektromagnet di dalam vakum dalam ungkapan **E**.

(40/100)

...5/-

(b) Jika medan elektrik bagi satu jenis gelombang elektromagnet adalah

$$\mathbf{E} = E_0(a\hat{x} + ib\,\hat{y})\,e^{-i\omega t + ikz}$$

di mana E_0, a dan b adalah pemalar. ω adalah frekuensi sudut gelombang dan k adalah nombor gelombang. Dengan menggunakan persamaan Maxwell dapatkan medan magnet sepadan dengan medan elektrik di atas yang mampu dibawa oleh gelombang ini.

(40/100)

(c) Cari vektor Poynting S bagi rambatan gelombang yang diberikan dalam bahagian (b).

(20/100)

...6/-

Vector Derivatives

Cartesian Coordinates

$$d\mathbf{l} = \hat{\mathbf{i}}\,dx + \hat{\mathbf{j}}\,dy + \hat{\mathbf{k}}\,dz\,, \qquad dV = dx\,dy\,dz$$

$$\nabla f = \hat{\mathbf{i}}\frac{\partial f}{\partial x} + \hat{\mathbf{j}}\frac{\partial f}{\partial y} + \hat{\mathbf{k}}\frac{\partial f}{\partial z}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \hat{\mathbf{i}}\left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right) + \hat{\mathbf{j}}\left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right) + \hat{k}\left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right)$$

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

Cylindrical Coordinates

$$d\mathbf{l} = \hat{\mathbf{r}}\,dr + \hat{\phi}\,r\,d\phi + \hat{\mathbf{k}}\,dz\,, \qquad dV = r\,dr\,d\phi\,dz$$

$$\nabla f = \hat{\mathbf{r}}\frac{\partial f}{\partial r} + \hat{\phi}\frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \phi} + \hat{\mathbf{k}}\frac{\partial f}{\partial z}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \hat{\mathbf{r}}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z}\right) + \hat{\phi}\left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}\right) + \hat{\mathbf{k}}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_\phi) - \frac{1}{r}\frac{\partial A_r}{\partial \phi}\right]$$

$$\nabla^2 f = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial f}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

Spherical Coordinates

$$d\mathbf{l} = \hat{\mathbf{r}}\,dr + \hat{\theta}\,r\,d\theta + \hat{\phi}\,r\sin\theta\,d\phi\,, \qquad dV = r^2\sin\theta\,dr\,d\theta\,d\phi$$

$$\nabla f = \hat{\mathbf{r}}\frac{\partial f}{\partial r} + \hat{\theta}\frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta} + \hat{\phi}\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial \phi}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2A_r\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}(\sin\theta\,A_\theta) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \frac{\hat{\mathbf{r}}}{r\sin\theta}\left[\frac{\partial}{\partial \theta}(\sin\theta\,A_\phi) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi}\right] + \frac{\hat{\theta}}{r}\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r}(rA_\phi)\right] + \frac{\hat{\phi}}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(rA_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta}\right]$$

$$\nabla^2 f = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial f}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta\frac{\partial f}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2}$$

...7/-

Vector Formulas

A · (B x C) = (A x B) · C = C · (A x B) = (C x A) · B = B · (C x A)

A x (B x C) = B (A · C) – C (A · B)

(A x B) · (C x D) = (A · C) (B · D) – (A · D) (B · C)

Derivatives of Sums

V (/ + £) = V/ + Vg

V · (A + B) = V · A + V · B

V x (A + B) = V x A + V x B

Derivatives of Products

V (/g) = /Vg + gV/

V (A · B) = A x (V x B) + B x (V x A) + (A · V) B + (B · V) A

V · (/A) = / (V · A) + A · (V/)

V · (A x B) = B · (V x A) – A · (V x B)

V x (/A) = / (V x A) – A x (V/)

V x (A x B) = A (V · B) – B (V · A) + (B · V) A – (A · V) B

Second Derivatives

V x (V x A) = V (V · A) – V^2A

V · (V x A) = 0

V x (V/) = 0

...8/-

Physical Constants

$c = 2.998 \times 10^{8}$ m/s	Speed of light
$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ N/A^2 (or H/m)	Permeability constant in vacuum
$\epsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2} = 8.854 \times 10^{-12}$ C^2/Nm^2 (or F/m)	Permittivity constant in vacuum
$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 10^{-7}c^2 = 8.988 \times 10^{9}$ Nm^2/C^2	
$e = 1.602 \times 10^{-19}$ C	Magnitude of electron charge
$m_e = 0.9109 \times 10^{-30}$ kg	Electron mass

Useful Integrals

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \ln\left(x + \sqrt{a^2 + x^2}\right)$$

$$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a}$$

$$\int \frac{dx}{(a^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2\sqrt{a^2 + x^2}}$$

Binomial Expansion

$$(1 + \epsilon)^p = 1 + p\epsilon + \frac{p(p-1)}{2!}\epsilon^2 + \frac{p(p-1)(p-2)}{3!}\epsilon^3 + \ldots$$

Notation for Position Vector

$$\mathbf{x} = \hat{\mathbf{i}}x + \hat{\mathbf{j}}y + \hat{\mathbf{k}}z$$

$$r = |\mathbf{x}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad \text{and} \quad \hat{\mathbf{r}} = \frac{\mathbf{x}}{r}$$

- ooo O ooo -