

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Tambahan  
Sidang Akademik 1995/96  
**Mei/Jun 1996**

**JUM 101 - MATEMATIK KEJURUTERAAN I**

Masa : [ 3 jam ]

---

**ARAHAN KEPADA CALON:**

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi 7 muka surat bercetak dan ENAM (6) soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab LIMA soalan.

Agihan markah bagi setiap soalan diberikan di sisi sebelah kanan sebagai peratusan daripada markah keseluruhan yang diperuntukkan bagi soalan berkenaan.

Jawab kesemua soalan dalam Bahasa Malaysia.

Mesinkira boleh digunakan.

.../2

- 2 -

1. (a) Jika  $f(x) = x - 1$  dan  $g(x) = x^2 - 2x + 1$ , berikan rumus untuk

(i)  $f + g$  ;

(ii)  $f \cdot g$  ;

(iii)  $f \circ g$  ;

Dapatkan juga nilai  $(f \circ g)(2)$  dan  $(g \circ f)(2)$ . Apakah keputusan anda?

(30%)

- (b) Berikan takrif yang jelas bagi pernyataan,

" $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ "

Dengan menggunakan takrif tersebut, buktikan bahawa,

$\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 2x + 3) = 2$

(30%)

- (c) Tentukan had berikut (jika wujud);

(i)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x + 9}{x^2 + x - 6}$  ;

(ii)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$  ;

(iii)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - a^2}{x - a}$  ;

(iv)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x - 1} - \sqrt{x}}{x^2 - 1}$  ;

(40%)

- 3 -

2. (a) Diberi  $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 15$

Carilah titik-titik genting bagi fungsi di atas, dan tentukan nilai maksimum atau minimum atau lengkuk balas (jika wujud). Lakarkan graf bagi fungsi tersebut dengan memberikan selang-selang bagi fungsi itu menokok, menyusut, cekung ke atas dan cekung ke bawah.

(50%)

- (b) Tentukan sama ada siri  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  berikut menumpu atau mencapah.

$$(i) \quad a_n = \frac{5n^3 + 2n - 1}{n^4 + 3}$$

$$(ii) \quad a_n = \frac{5^n}{(2n+1)!} ;$$

$$(iii) \quad a_n = \frac{4 + \cos n}{n^3}$$

(30%)

- (c) Nilaikan

$$(i) \quad \int_0^{\pi/2} e^{\cos t} \sin t \, dt$$

$$(ii) \quad \int_1^e \int_0^t \ln y \, dx \, dy$$

(20%)

- 4 -

3. (a) Dapatkan jejari penumpuan bagi siri kuasa

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2} x^n$$

Cari nilai  $x$  supaya siri  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-5)^n}{n(x^2 + 1)^n}$

menumpu secara mutlak.

(30%)

- (b) (i) Jika  $h(x)$  fungsi ganjil, buktikan bahawa  $|h(x)|$  dan  $h^2(x)$  adalah fungsi genap.

- (ii) Tunjukkan bahawa siri Fourier bagi fungsi

$$g(x) = \frac{x^2}{4}, \quad -\pi < x < \pi$$

(30%)

- (c) Selesaikan setiap kamiran tak tentu berikut:

$$(i) \int \frac{x-1}{x+2} dx ;$$

$$(ii) \int |x| dx$$

$$(iii) \int \frac{\cos(\ln 4x^2)}{x} dx$$

$$(iv) \int \sqrt{z} \ln z dz$$

(40%)

.../5

- 5 -

4. (a) Carilah  $\frac{dy}{dx}$  jika

(i)  $y = x^2 e^{\cos 2x}$  ;

(ii)  $y = \ln \cos 3x$  ;

(iii)  $ax^3 + bxy^2 + cy^3 = d$ , yang mana  $a, b, c$ , dan  $d$  ialah nombor-nombor nyata.

(30%)

- (b) Terangkan kaedah Newton untuk mendapatkan penghampiran punca bagi suatu persamaan. Dengan menggunakan kaedah ini, dapatkan penghampiran punca bagi persamaan  $x^3 - 5 = 0$ , yang terletak di antara  $x = 1$  dan  $x = 2$ . Gunakan titik awal  $x_0 = 1.5$ . Berikan jawapan anda kepada 3 titik perpuluhan.

(30%)

- (c) Syarikat pengeluar baja di Perak mengeluarkan dua jenis gred baja, A dan B. Keuntungan bulanan  $u(g_1, g_2)$  dalam ribu ringgit diterangkan oleh model,
- $$u(g_1, g_2) = 2g_1^2 + g_2^2 - g_1 g_2$$

$g_1$  mewakili bilangan unit baja bagi gred A dan

$g_2$  mewakili bilangan unit baja bagi gred B

Katakan dengan kemampuan yang ada sekarang ini, syarikat itu boleh mengeluarkan 148 unit baja setiap bulan. Berapakah bilangan unit baja bagi setiap gred yang sepatutnya dikeluarkan oleh syarikat itu supaya syarikat itu mendapat keuntungan bulanan yang maksimum.

(40%)

.../6

- 6 -

5. (a) Cari isipadu yang terkandung di antara permukaan,  $f(x, y) = \sqrt{1 + x + y}$  dan rantau segiempat dalam satah  $x - y$  yang ditakrifkan oleh ketaksamaan  $2 \leq x \leq 7$  dan  $0 \leq y \leq 1$ . (30%)

(b) Diberi  $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 4 & -1 \end{bmatrix}$

- (i) Cari songsangan bagi matriks A

- (ii) Selesaikan persamaan

$$-x + 2y + z = 2$$

$$y - 2z = -3$$

$$x + 4y - z = 4$$

(40%)

- (c) (i) Jika  $f(x, y) = x \cos y + ye^x$ , cari

$$\frac{\partial f}{\partial x}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}, \quad \frac{\partial f}{\partial y}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

- (ii) Diberi  $V = f(x^2 + y^2)$ , tunjukkan bahawa

$$x \frac{\partial V}{\partial y} - y \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

(30%)

6. (a) Berikan takrifan hasildarab titik dan hasildarab silang secara geometri bagi vektor-vektor  $\underline{a}$  dan  $\underline{b}$ .

Menggunakan takrifan ini, tunjukkan;  $|\underline{a} \times \underline{b}|^2 = |\underline{a}|^2 |\underline{b}|^2 - (\underline{a} \cdot \underline{b})^2$

Jika  $\underline{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$  dan

$\underline{b} = 4\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ , carilah

- (i)  $\underline{a} \cdot \underline{b}$  ;
- (ii)  $\underline{a} \times \underline{b}$  ;
- (iii) kosinus arah  $\underline{a}$  dan  $\underline{b}$  ;
- (iv) sudut di antara  $\underline{a}$  dan  $\underline{b}$  ;

(40%)

- (b) Tentukan nilai setiap kamiran berikut:-

$$(i) \int_0^3 \int_1^{\sqrt{4-y}} (x+y) dx dy \quad (20\%)$$

$$(ii) \int_0^1 \int_0^1 \int_{x^2+y^2}^2 xyz dz dy dx \quad (20\%)$$

$$(iii) \int_0^3 \int_0^{6-2z} \int_0^{4-\frac{2}{3}y-\frac{4}{3}z} yz dx dy dz \quad (20\%)$$

oooOOOooo

