
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 2007/2008

Jun 2008

MSS 212 – Further Linear Algebra
[Aljabar Linear Lanjutan]

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

Please check that this examination paper consists of FIVE pages of printed material before you begin the examination.

[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LIMA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]

Instructions: Answer **all five** [5] questions.

Arahan: Jawab **semua lima** [5] soalan.]

1. (a) Show that $\alpha = \{e_1, e_2, e_3\}$ is a basis of \mathbb{R}^3 over \mathbb{R} and also a basis of \mathbb{C}^3 over \mathbb{C} .
[50 marks]
- (b) Let $W = \{(a, b, c, d) \in \mathbb{C}^4 \mid a = b, d = -c\}$
- (i) Show that W is a subspace of \mathbb{C}^4 .
[30 marks]
- (ii) Find a basis of W over \mathbb{C} .
[30 marks]
- (iii) Find a basis of W over \mathbb{R} .
[10 marks]
2. Let $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^4$ be a function such that
 $(x, y, z)T = (x, y, x + y, z)$.
- (i) Show that T is a linear transformation over \mathbb{C} .
[40 marks]
- (ii) Find $T_{\alpha, \beta}$ where $\alpha = \{ie_1, e_2, e_3\}$ and $\beta = \{e_1, ie_2, e_3, ie_4\}$.
[60 marks]
- (iii) Give $T_{\mathbb{C}}$, the complexity of T .
[20 marks]
3. (a) Let T be a linear transformation from \mathbb{R}^3 to \mathbb{R}^3 such that T has only 2 distinct eigen values λ_1 and λ_2 with algebraic multiplicity of λ_1 is 2.
- (i) Give all possible forms of $JCF(T)$ if T can be diagonalised.
[12 marks]
- (ii) Give all possible forms of $JCF(T)$ if T cannot be diagonalised.
[8 marks]
- (b) Let $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ be a linear transformation such that
 $(x, y, z)T = (5x + 4y + 3z, -x - 3x, x - 2y + z)$
- Find the $JCF(T)$.
[100 marks]

1. (a) Tunjukkan $\alpha = \{e_1, e_2, e_3\}$ ialah suatu asas bagi \mathbb{R}^3 atas \mathbb{R} dan juga suatu asas bagi \mathbb{C}^3 atas \mathbb{C} .
[50 markah]
- (b) Biar $W = \{(a, b, c, d) \in \mathbb{C}^4 \mid a = b, d = -c\}$
- (i) Tunjukkan W ialah suatu subruang bagi \mathbb{C}^4 .
[30 markah]
- (ii) Cari suatu asas bagi W atas \mathbb{C} .
[30 markah]
- (iii) Cari suatu asas bagi W atas \mathbb{R} .
[10 markah]
2. Biar $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^4$ ialah suatu fungsi sedemikian hingga
 $(x, y, z)T = (x, y, x + y, z)$.
- (i) Tunjukkan T ialah suatu transformasi linear atas \mathbb{C} .
[40 markah]
- (ii) Cari $T_{\alpha, \beta}$ dengan $\alpha = \{ie_1, e_2, e_3\}$ dan $\beta = \{e_1, ie_2, e_3, ie_4\}$.
[60 markah]
- (iii) Berikan $T_{\mathbb{C}}$, kompleksiti bagi T .
[20 markah]
3. (a) Biar T suatu transformasi linear dari \mathbb{R}^3 ke \mathbb{R}^3 sedemikian hingga T hanya mempunyai 2 nilai eigen yang berbeza λ_1 dan λ_2 dengan pekali aljabar λ_1 ialah 2.
- (i) Berikan semua bentuk yang mungkin bagi JCF(T) jika T boleh diperperjukkan.
[12 markah]
- (ii) Berikan semua bentuk yang mungkin bagi JCF(T) jika T tidak boleh diperperjukkan.
[8 markah]
- (b) Biar $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ suatu transformasi linear sedemikian hingga
 $(x, y, z)T = (5x + 4y + 3z, -x - 3y, x - 2y + z)$
Cari JCF(T).
[100 markah]