
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2003/2004

Februari/Mac 2004

JIM 415/419 – Pembolehubah Kompleks

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **LIMA** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

Baca arahan dengan teliti sebelum anda menjawab soalan.

Setiap soalan diperuntukkan 100 markah.

1. (a) Nilaiikan $\int_C z \, dz$ jika C ialah

(i) suatu garis lurus dari 0 ke $1 + i$.

(ii) Suatu garis lurus dari 0 ke 1 dan kemudian dari 1 ke $1 + i$.

Apakah kesimpulan anda?

(30 mark

(b) Dengan menggunakan Teorem Reja, nilaiikan

$$\int_C \frac{dz}{z^3(z+4)}$$
 yang mana C ialah bulatan $|z| = 2$.

(30 mark

(c) Dapatkan siri Taylor bagi fungsi $f(z) = \sin z$ di sekitar $z = \frac{\pi}{2}$.

(40 mark

2. (a) Nyatakan Teorem Cauchy. Seterusnya nilaiikan

$$\int_C \frac{1}{z-2} \, dz$$
 yang mana C adalah $|z| = 1$.

(30 mark

(b) Tunjukkan apabila f analitik di dalam dan di atas suatu kontur tertutup ringkas C dan z_0 bukan di atas C , maka

$$\int_C \frac{f(z) \, dz}{(z-z_0)^2} = \int_C \frac{f'(z) \, dz}{z-z_0}.$$

(30 mark

(c) Kembangkan fungsi $\frac{z+1}{z-1}$ sebagai siri Laurent dalam domain $|z| > 1$.

(40 mark

3. (a) Jika C ialah kontur $|z - i - 2| = 2$ berorientasi positif, cari

$$\int_C \frac{dz}{z^2 - 4}.$$

(30 markah)

- (b) Cari $\int_C \frac{z+1}{z} dz$, yang mana C adalah semi bulantan $z = e^{i\theta}$, $0 \leq \theta \leq \pi$.

(30 markah)

- (c) Gunakan Rumus Kamiran Cauchy untuk menilai

$$\int_C \frac{\cos z}{z(z^2 + 8)} dz, \text{ yang mana } C \text{ ialah } |z| = 1, \text{ orientasi positif.}$$

(40 markah)

4. (a) Gunakan sebarang kaedah yang sesuai untuk menilai $\int_C \frac{z^4}{(z - 3i)^3} dz$ yang mana C adalah kontur $|z - i| = 5$ berorientasi positif.

(30 markah)

- (b) Dapatkan Siri MacLaurin bagi fungsi $f(z) = \frac{1}{1 + z^2}$.

(30 markah)

- (c) Tentukan kutub bagi fungsi $f(z) = \frac{1}{z^2(z^2 + 2z + 2)}$ dan kemudian tentukan reja di kutub tersebut.

(40 markah)

5. (a) Nilaiikan $\int_C \frac{e^z dz}{z - \pi}$ jika C adalah bulatan $|z| = 3$.

(30 mark

(b) Nilaiikan $\int_C ze^{\frac{1}{z}} dz$ yang mana C: $|z| = 1$ berarah positif.

(30 mark

(c) Cari $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x}{(x^2 + 1)^2} dx$.

(Pastikan anda tunjukkan kamiran kontur menghampiri sifar apabila $R \rightarrow \infty$)

(40 mark

Petunjuk:

1.
$$e^z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}.$$

2.
$$\frac{1}{1-z} = \sum_{n=0}^{\infty} z^n$$

3.
$$f(z_0) = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(z) dz}{z - z_0}.$$

- ooo0ooo -

