

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1995/96

Mei/Jun 1996

JIM 101 - Kalkulus

Masa: [3 jam]

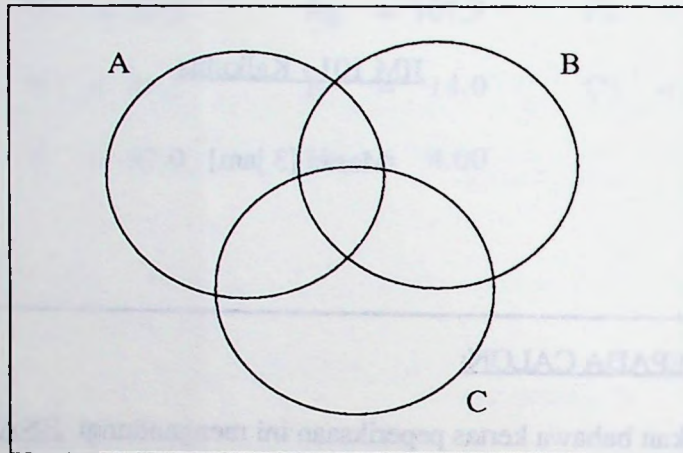
ARAHAN KEPADA CALON:

- Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **ENAM** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.
 - Jawab mana-mana **LIMA** soalan. Setiap soalan bernilai 100 markah dan markah subsoalan diperlihatkan di penghujung subsoalan itu.
 - Setiap jawapan mesti dijawab di dalam buku jawapan yang disediakan.
 - Alat pengira elektronik tak berprogram boleh digunakan.
-

1. (a) Dalam gambarajah Venn berikut, lorekkan rantau yang mewakili set

$$(A \cup B) \cap (A \cup C)$$

(25 markah)



- (b) Jika $Z_1 = 1 - i$ dan $Z_2 = 7 + i$, cari modulus bagi

$$\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 Z_2}$$

(25 markah)

- (c) Tunjukkan bahawa persamaan

$$x^2 - y^2 - 4x + 8y - 21 = 0$$

mewakili suatu hiperbola.

Lakarkan hiperbola ini dan tunjukkan kedudukan fokus, bucu dan asimptot.

(30 markah)

- (d) Katakan $f(x) = \frac{1}{x} + x$ dan $g(x) = x^2 - 1$.

Cari fungsi gubahan $(f \circ g)(x)$.

(20 markah)

2. (a) Selesaikan ketaksamaan

$$\frac{1}{|x-4|} < \frac{1}{|x+7|}$$

(30 markah)

- (b) Tuliskan fungsi

$$f(x) = \frac{1}{a^2 - x^2}$$

dalam bentuk pecahan separa. Dengan ini tunjukkan bahawa

$$\int \frac{dx}{(a^2 - x^2)} = \frac{1}{2a} \ln \left(\frac{a+x}{a-x} \right) + C.$$

Seterusnya, cari

$$\int \frac{1}{3 + 6x - x^2} dx.$$

(35 markah)

- (c) Cari $\frac{dy}{dx}$ jika

(i) $y = (\sin^{-1} 2x)^{-1}$

(ii) $y = \pi^{\sin^{-1} x}$

(iii) $y = x \tanh^{-1} (\ln x)$

(35 markah)

3. (a) Nilaikan had berikut jika wujud

(i) $\text{had}_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{5x+2}$

(ii) $\text{had}_{x \rightarrow 1} f(x)$,

jika $f(x) = \begin{cases} x & , x \leq 1 \\ 2 - \frac{1}{x-1} & , x > 1 \end{cases}$.

(35 markah)

- (b) Cari panjang bagi lengkungan

$$y = \frac{1}{2} (e^x + e^{-x})$$

di antara $x = -1$ dan $x = 1$.

(35 markah)

- (c) Diberi $y = 2x + |2 - x|$.

- (i) Lakarkan graf y .
- (ii) Tuliskan x dalam sebutan y .

(30 markah)

3. (a) Cari luas permukaan pepejal kisanan yang terjadi apabila lengkungan

$$x = 2t^2, y = \frac{t^6}{2}, 0 \leq t \leq 1$$

diputar terhadap paksi x .

(35 markah)

- (b) Diberi

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 2 & , x < -1 \\ Ax^3 + Bx^2 + Cx + D & , -1 \leq x \leq 1 \\ 5x + 7 & , x > 1 \end{cases}$$

Tentukan pemalar A, B, C dan D supaya fungsi $f(x)$ adalah terbeza untuk semua nilai nyata x .

(35 markah)

- (c) Tunjukkan

$$\sinh^{-1} x = \ln (x + \sqrt{x^2 + 1}), x \in \mathbb{R}$$

(30 markah)

5. (a) Selesaikan kamiran berikut:

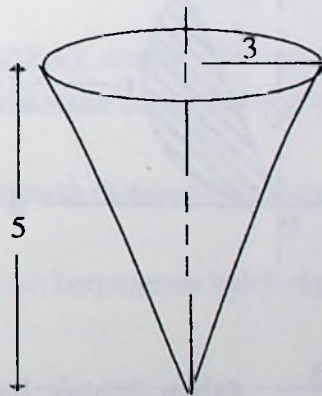
(i) $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{2\sqrt{x}} dx$

(ii) $\int_0^1 x(2 + e^{-x^2}) dx$

(iii) $\int \frac{dx}{x\sqrt{1 - (\ln x)^2}}$

(40 markah)

(b) Sebuah tangki minyak berbentuk kon dengan tinggi 5 meter dan berjajari tapak 3 meter. Sila lihat rajah berikut. Sejenis minyak dipamkan ke dalam tangki tersebut pada kadar 0.4 m³/min. Tentukan berapa cepat paras minyak itu naik pada ketika tinggi paras minyak dalam tangki itu ialah 2 meter.



(30 markah)

(c) Cari persamaan bulatan yang berpusat di (-1, 1) dan menyentuh garis lurus $x + 2y = 4$.

(30 markah)

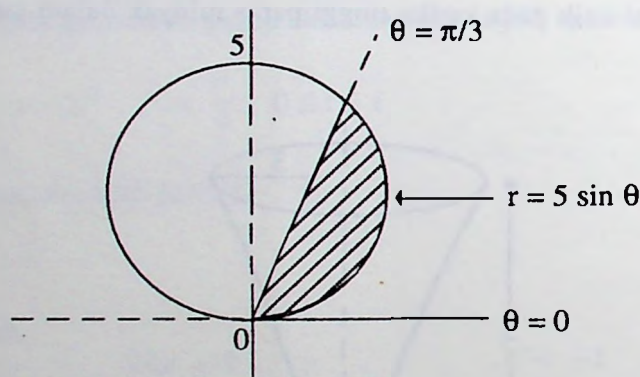
6. (a) Fungsi f ditakrifkan oleh

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x+1}$$

- (i) Cari semua titik genting
- (ii) Tentukan subselang-subselang bagi fungsi tersebut yang menokok, menyusut, cekung ke atas atau cekung ke bawah.
- (iii) Lakarkan grafnya.

(40 markah)

(b) Cari luas rantau yang dibatasi oleh lengkungan $r = 5 \sin \theta$ dari garis $\theta = 0$ hingga $\theta = \pi/3$ seperti yang ditunjukkan dalam rajah berikut.



(30 markah)

(c) Tuliskan $\frac{x^2 - 3}{(x-1)(x^2+2)}$ dalam bentuk hasil tambah pecahan separa. Seterusnya selesaikan kamiran tak tentu

$$\int \frac{x^2 - 3}{(x-1)(x^2+2)} dx$$

(30 markah)