

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Tambahan  
Sidang Akademik 1995/96

Mei/Jun 1996

JIM 002 – Matematik II

Masa: [3 jam]

---

ARAHAN KEPADA CALON

- Sila pastikan bahawa kertas ujian ini mengandungi **LIMA** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan ujian ini.
  - Jawab mana-mana **LIMA** soalan. Setiap soalan bernilai 100 markah dan markah subsoalan diperlihatkan di penghujung subsoalan itu.
  - Setiap jawapan mesti dijawab di dalam buku jawapan yang disediakan.
  - Alat pengira elektronik tak berprogram boleh digunakan.
-

1. (a) Selesaikan ketaksamaan

$$\frac{2}{3x+6} < \frac{1}{x-7}$$

(25 markah)

- (b) Jika  $x$  nyata, buktikan bahawa  $-\frac{1}{2} \leq \frac{x}{x^2 + 1} \leq \frac{1}{2}$ .

(25 markah)

- (c) Dapatkan koefisien bagi  $\frac{1}{x}$  dalam kembangan bagi

$$\left(2x^2 - \frac{1}{x}\right)^{16}$$

(25 markah)

- (d) Dapatkan nilai  $n$  yang paling kecil supaya

$$\sum_{r=1}^n \left(\frac{15}{16}\right)^r > 15.969$$

(25 markah)

2. (a) Nyatakan bucu, fokus dan direktriks bagi parabola

$$y = 3x^2 - 3x + 3.$$

Dapatkan persamaan berparameter bagi parabola ini.

(25 markah)

- (b) Suatu parabola yang berbucu di  $(-4, 2)$  didapati melalui titik  $(0, 6)$ . Jika paksinya  $y = 4$ , dapatkan persamaan parabola berkenaan.

(25 markah)

- (c) Dapatkan persamaan elips yang berpusat di asalan serta melalui titik-titik  $(2, 0)$  dan  $\left(1, \frac{\sqrt{15}}{2}\right)$ .

(25 markah)

...3/-

- (d) Panjang paksi major dan paksi minor suatu elips ialah masing-masingnya 50 cm dan 40 cm. Kira jumlah jarak dari sebarang titik di atas elips ini ke fokus-fokusnya.

(25 markah)

- 3. (a) Diberi dua vektor  $\underline{u} = 3\underline{i} + 2\underline{j}$  dan  $\underline{v} = 2\underline{i} + m\underline{j}$ , di mana  $m$  ialah suatu skalar. Dapatkan nilai  $m$  supaya sudut di antara vektor  $\underline{u}$  dan  $\underline{v}$  bersamaan dengan  $45^\circ$ .

(25 markah)

- (b) Dapatkan nilai-nilai  $x$  supaya

$$\begin{vmatrix} p & q & x \\ q & q & q \\ r & x & r \end{vmatrix} = 0$$

(25 markah)

- (c) Jika

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 0 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 5 & 6 & 1 \\ 7 & -2 & 1 \end{bmatrix},$$

nilaikan

- (i)  $BCA^t$
- (ii)  $(CB)^{-1}$

(25 markah)

- (d) Segitiga dengan bucu-bucu  $P(1, 0)$ ,  $Q(3, 7)$  dan  $R(-1, 5)$  mengalami transformasi pantulan terhadap garis  $y = -x$  diikuti dengan putaran di sekitar asalan melalui sudut  $45^\circ$ . Dapatkan imejnya  $P'Q'R'$ .

(25 markah)

4. (a) Jika

$$y = \ln\left(\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}\right),$$

tunjukkan bahawa

$$\frac{dy}{dx} = 2 \sec x.$$

(25 markah)

(b) Jika  $y = \sin(\tan^{-1} x)$ , tunjukkan bahawa

$$(1 + x^2)^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 2x(1 + x^2) \frac{dy}{dx} + y = 0.$$

(25 markah)

(c) Nilaikan kamiran tak tentu

$$\int \frac{dx}{x^2 + 2x + 8}$$

(25 markah)

(d) Rantau yang dibatasi oleh lengkung  $y = \sin x$  dan  $y = \cos x$  di antara  $x = 0$  dan  $x = \frac{\pi}{4}$  dikisar mengelilingi paksi-x. Kira isipadu pepejal yang terjana.

(25 markah)

5. (a) Dapatkan tiga sebutan pertama dalam kembangan bagi

$$\frac{1}{(1 - 4x)^2 \sqrt{1 - 2x}}.$$

Nyatakan julat bagi  $x$  supaya kembangan ini sah.

(25 markah)

(b) Kira hasil tambah semua integer di antara 2000 dan 3000 yang tidak boleh dibahagikan dengan 5.

(25 markah)

...5/-

- (c) Camkan elips

$$x^2 + 7y^2 - 4x + 42y + 60 = 0.$$

(25 markah)

- (d) Lakarkan rantau yang memenuhi ketaksamaan

$$(x^2 + y^2 - 1)(9x^2 + 4y^2 - 36) < 0.$$

(25 markah)

6. (a) Sebuah segiempat tepat ingin dibina di dalam sebuah segitiga sama sisi. Jika panjang tiap-tiap sisi segitiga berkenaan ialah 2m, kira luas maksimum segiempat tepat tersebut.

(25 markah)

- (b) Dengan menggunakan penggantian  $x = \tan \frac{\theta}{2}$ , tunjukkan bahawa

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{3+5\sin x} = \frac{1}{4} \ln 3.$$

(25 markah)

- (c) Jika

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} B^t \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix},$$

dapatkan matriks B.

(25 markah)

- (d) Nilaikan

$$\begin{bmatrix} 4 & 4 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 3 & 0 & -3 & 1 \\ 6 & 14 & 3 & 6 \end{bmatrix}$$

(25 markah)

(10 marks)

(10 marks)

(a) Cartesian equation

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y + 10 = 0$$

(10 marks)

(b) Cartesian equation of the circle

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y + 10 = 0$$

(10 marks)

(c) The locus of the point P is the circle with centre (2, -3) and radius 2. The locus of the point Q is the circle with centre (5, 1) and radius 3. Find the Cartesian equation of the locus of the point R.

(10 marks)

(d) The point P is on the circle with centre (2, -3) and radius 2. The point Q is on the circle with centre (5, 1) and radius 3. Find the Cartesian equation of the locus of the point R.

$$\frac{1}{2} \ln \frac{2x}{2x+1} = \frac{1}{2} \ln 2$$

(10 marks)

(e) (i) (10 marks)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

(10 marks)

(ii) (10 marks)

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(10 marks)

(10 marks)