

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Tambahan
Sidang Akademik 1995/96

Mei/Jun 1996

IIM 001 - Matematik 1

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

- Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.
 - Jawab **LIMA** soalan. Setiap soalan bernilai 100 markah dan markah subsoalan diperlihatkan di penghujung setiap subsoalan itu.
 - Setiap jawapan mesti dijawab di dalam buku jawapan yang disediakan.
 - Alat pengira elektronik tak berprogram boleh digunakan.
-

1. (a) Tunjukkan bahawa nilai tepat bagi

$$\frac{(\sqrt{5} + 2)^2}{(\sqrt{5} - 2)} - \frac{(\sqrt{5} - 2)^2}{(\sqrt{5} + 2)}$$

adalah satu integer dan cari integer ini.

(30 markah)

- (b) Diberi $\log_2 x + 2 \log_4 y = 4$, tunjukkan $xy = 16$. Dengan ini selesaikan untuk x dan y bagi persamaan serentak

$$\begin{aligned} \log_{10} (x + y) &= 1 \\ \log_2 x + 2 \log_4 y &= 4. \end{aligned}$$

(35 markah)

- (c) Persamaan $ax^2 + bx + c = 0$ mempunyai punca-punca α dan β . Cari suatu persamaan yang punca-puncanya adalah $\alpha - \frac{1}{\beta}$ dan $\beta - \frac{1}{\alpha}$, dengan mengungkapkan pekali-peka dalam sebutan a , b dan c .

(35 markah)

2. (a) Cari semua nilai x di antara 0° dan 360° terangkum supaya $3 \tan 2x + 2 \tan x = 0$.

(30 markah)

- (b) Ungkapkan $\cos x + 2 \sin x$ dalam bentuk $r \cos (x - \alpha)$, di mana r adalah positif dan $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, dengan memberi nilai r sebagai suatu surd dan nilai α betul kepada se perpuluh darjah yang terdekat.

(30 markah)

- (c) Buktikan rumus-rumus

$$\sin \theta = \frac{2t}{1 + t^2} \quad \text{dan} \quad \cos \theta = \frac{1 - t^2}{1 + t^2}$$

$$\text{di mana } t = \tan \frac{\theta}{2}.$$

Seterusnya dengan menggunakan rumus di atas selesaikan $16 \sin \theta - 3 \cos \theta + 11 = 0$ di mana $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$.

(40 markah)

3. (a) Lima tahun dahulu seorang ibu berumur 4 kali ganda umur anaknya. Dalam masa 7 tahun, umurnya 2 kali ganda umur anaknya. Berapakah umur ibu dan anak sekarang?

(30 markah)

- (b) (i) Tanpa menggunakan kalkulator, tunjukkan

$$\sin 22.5^\circ = \frac{1}{2} \sqrt{2 - \sqrt{2}}$$

- (ii) Buktikan bahawa $\cos^4 \theta - \sin^4 \theta = \cos 2\theta$

(40 markah)

- (c) Jika kesemua a, b, c, d adalah positif, tunjukkan

$$\log \left(\frac{a}{c} \right) \log \left(\frac{b}{d} \right) + \log \left(\frac{a}{d} \right) \log \left(\frac{c}{b} \right) = \log \left(\frac{a}{b} \right) \log \left(\frac{c}{d} \right)$$

(30 markah)

4. (a) Diberi titik-titik $A(11, 0)$, $B(-4, -3)$, $C(-1, 2x)$ dan $D(x, 9)$. Jika garis lurus AC adalah berserenjang dengan BD , cari nilai x .

(20 markah)

- (b) PQRS sebuah segiempat tepat di mana kecerunan PQ ialah $-2/7$. Koordinat-koordinat pepenjuru bertentangan, Q dan S ialah $(-2, 7)$ dan $(1, -9)$. Cari persamaan PR .

(50 markah)

- (c) A adalah suatu titik pada lilitan bulatan berpusat di $(3, -3)$. Garis $y = x$ adalah tangen kepada bulatan pada titik A . Cari persamaan normal kepada bulatan pada titik A dan kemudian dapatkan jejari bulatan.

(30 markah)

5. (a) Dapatkan dy/dx jika,

(i) $y = (2x^2 + 1) \operatorname{cosec} 5x$

(ii) $x^2 = 2x \sin y - y^2$

(35 markah)

(b) Nilaikan

$$\int_1^2 (x^4 - 4x^2 + 4)^{1/2} dx.$$

(25 markah)

(c) Diberi $\frac{dy}{dx} = kx$, di mana k adalah pemalar.

Diberi juga $y = 1$ dan $\frac{dy}{dx} = -6$, apabila $x = -1$. Cari nilai-nilai x apabila $y = 10$.

(40 markah)

6. (a) Cari titik-titik genting bagi fungsi

$$y = \frac{2x^2}{3x - 1}.$$

Tentukan sama ada titik-titik genting itu ialah titik maksimum atau titik minimum.

(50 markah)

(b) Dapatkan $\frac{dy}{dx}$ dan $\frac{d^2y}{dx^2}$ dalam sebutan t , jika

$$x = 1 + \frac{2}{t}$$

$$y = 1 + 2t$$

(30 markah)

(c) Sebuah bulatan berpusat di $(-2, 3)$. Cari persamaan bulatan di mana titik $(2, 3)$ berada pada lilitan bulatan.

(20 markah)