
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 2004/2005

Oktober 2004

ZCT 210/4 - Analisis Kompleks dan Persamaan Pembezaan

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab kesemua **ENAM** soalan. Kesemuanya wajib dijawab dalam Bahasa Malaysia.

1. Diberi nombor kompleks $P = 9 - 4i$.
- (a) Lakarkan P di dalam satah kompleks. (10/100)
- (b) Tukarkan P ke dalam bentuk kutub, $P = r e^{i\theta}$. (15/100)
- (c) (i) Terbitkan semua punca yang berbeza bagi $P^{3/4}$. (30/100)
(ii) Lakarkan punca-punca ini di dalam satah kompleks. (20/100)
- (d) Nilaikan P^{-1-2i} . (25/100)
2. (a) Diberi lintasan C_1 terdiri daripada garis lurus menegak dari titik $-2 - 2i$ ke titik $-2 + 2i$ dan kemudian garis lurus mendatar dari titik $-2 + 2i$ ke titik $2 + 2i$, dan lintasan C_2 ialah satu garis lurus dari titik $-2 - 2i$ ke titik $2 + 2i$
- (i) Lakarkan lintasan-lintasan C_1 dan C_2 di dalam satah kompleks. (10/100)
Diberi $f(z) = 9z^2 + 5z - (1 + 2i)$
- (ii) Nilaikan $\int_{-2-2i}^{2+2i} f(z) dz$ dengan kamiran biasa (kamiran terus). (20/100)
- (iii) Nilaikan $\int_{-2-2i}^{2+2i} f(z) dz$ sepanjang lintasan C_1 . (20/100)
- (iv) Nilaikan $\int_{-2-2i}^{2+2i} f(z) dz$ sepanjang lintasan C_2 . (20/100)
- (b) (i) Diberi C ialah kontour semi-bulatan dari titik $-\pi$ ke titik π pada bahagian atas paksi nyata di dalam satah kompleks. Lakarkan C di dalam satah kompleks. (10/100)
- (ii) Nilaikan $\int_C \cos(iz) dz$ (20/100)

3. Diberi $g(z) = \frac{2z}{64z^3 + 27}$
- (a) Cari kutub-kutub yang terhingga bagi $g(z)$. (15/100)
- (b) Lakarkan kutub-kutub ini di dalam satah kompleks. (15/100)
- (c) Cari reja-reja bagi $g(z)$ pada kutub-kutub ini. (25/100)
- (d) Nilaikan kamiran, $I = \int_{-\infty}^{\infty} g(z) dz$ dengan teorem reja. (45/100)
4. (a) Selesaikan persamaan Bernoulli yang berikut:
- $$xy' = 6y + 12x^4 y^{2/3} \quad (50/100)$$
- (b) Selesaikan persamaan pembezaan berikut dengan kaedah yang sesuai:
- $$e^x + ye^{xy} + (e^y + xe^{yx})y' = 0 \quad (50/100)$$
5. Pertimbangkan persamaan pembezaan yang tidak homogen ini:
- $$x^2 y'' - 2xy' + 2y = x^3 e^x \quad (1)$$
- (a) Cari penyelesaian am, $y_c(x)$, bagi persamaan homogen yang terturun dari persamaan pembezaan (1). (20/100)
- (b) Cari penyelesaian $y_p(x)$, bagi persamaan pembezaan (1) dengan kaedah perubahan parameter. (75/100)
- (c) Dari keputusan dalam (a) dan (b), nyatakan penyelesaian am bagi persamaan pembezaan (1). (5/100)

(6) Pertimbangkan persamaan pembezaan yang berikut:

$$3x^2 y'' + (3x^2 + 5x)y' + (6x - 1)y = 0 \quad (2)$$

- (a) Tentukan titik singular dan titik-titik biasa bagi persamaan pembezaan (2). Kemudian, tunjukkan yang titik $x = 0$ adalah titik singular biasa. (15/100)
- (b) Selesaikan persamaan pembezaan (2) dengan menggunakan kaedah Frobenius – tentukan (i) persamaan “indicial”, (ii) punca-punca persamaan “indicial”, (iii) hubungan rekursi dan (iv) lima sebutan pertama bagi setiap dari kedua-dua penyelesaian siri bagi persamaan pembezaan (2). (85/100)