

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Tambahan

Sidang 1991/1992

Jun 1992

JAM 122 - Matriks Dan Penentu

Masa: [ 2 jam ]

---

ARAHAN KEPADA CALON:

- Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.
  - Jawab SEMUA soalan. Setiap soalan bernilai 100 markah dan markah subsoalan diperlihatkan di penghujung subsoalan itu.
  - Setiap jawapan mesti dijawab di dalam buku jawapan yang disediakan.
  - Alat pengira elektronik boleh digunakan.
-

1. (a) Katakan A dan B dua matriks simetri. Terangkan sama ada  $A + B$  dan  $AB$  simetri. Jika tidak simetri, apakah syarat yang diperlukan supaya  $A + B$  dan  $AB$  simetri?

(30 markah)

- (b) Diberi matriks  $F = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$

tunjukkan bahawa matriks  $F$  memenuhi  $F^4 + 8F^2 = \tilde{O}$

(30 markah)

- (c) Jika  $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 6 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ , dapatkan bentuk eselon baris terturun bagi  $C$  dan kemudian dapatkan pangkat  $C$ .

(40 markah)

2. (a) Diberi  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  dan  $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

Dapatkan  $E_3^1(5) E_1^1(4)E_2^1 AB$ .

(30 markah)

- (b) Jika  $A$  tak singular, tunjukkan  $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$  dan seterusnya jika  $A = A^{-1}$ , tunjukkan  $\det A = \pm 1$ .

(30 markah)

(c) Katakan  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Tuliskan  $B^{-1}$  dan  $B$  sebagai hasil darab matriks baris permulaan.

(40 markah)

3. (a) Di beri suatu sistem persamaan tak homogen

$$x + y - z = 1$$

$$2x + 3y + kz = 3$$

$$x + ky + 3z = 2.$$

Tentukan nilai  $k$  sedemikian hingga sistem persamaan

- (i) tak konsisten
- (ii) mempunyai penyelesaian unik
- (iii) mempunyai tak terhingga banyak penyelesaian.

(40 markah)

(b) Jika  $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 0 \end{pmatrix}$ , cari semua penyelesaian bagi  $AX = 0$

dengan kaedah penurunan baris.

(30 markah)

- (c) Selesaikan sistem persamaan berikut dengan menggunakan petua Cramer.

$$x + 4y = 1$$

$$y + 7z = 0$$

$$3x + 4y + 5z = 0.$$

(30 markah)

4. (a) Jika A suatu matriks segiempat sama berperingkat n dan c suatu nombor, tunjukkan  $\det(cA) = c^n \det A$ .

(30 markah)

- (b) Tunjukkan

$$(i) \begin{vmatrix} a & b & c \\ a^2 - ab & ab - b^2 & ac - bc \\ a^2 - b^2 & a^2 + b^2 & a^3 + b^3 \end{vmatrix} = 0$$

$$(ii) \begin{vmatrix} a_1 + a_2 & a_2 + a_3 & a_3 + a_1 \\ b_1 + b_2 & b_2 + b_3 & b_3 + b_1 \\ c_1 + c_2 & c_2 + c_3 & c_3 + c_1 \end{vmatrix}$$

$$= 2 \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

(40 markah)

- (c) Jika A adalah suatu matriks  $n \times n$  yang tak singular, tunjukkan bahawa

$$|\text{adj } A| = |A|^{n-1}$$

(30 markah)

00000000