

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Tambahan
Sidang Akademik 1991/92

Jun 1992

JAM 002 - Matematik II

Masa : [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

- Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi ENAM muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.
 - Jawab SEMUA soalan. Setiap soalan bernilai 100 markah dan markah subsoalan diperlihatkan di penghujung subsoalan itu.
 - Setiap jawapan mesti dijawab di dalam buku jawapan yang disediakan.
 - Alat pengira elektronik boleh digunakan.
-

1. (a) Dapatkan persamaan parabola berbucu di asalan dan melalui titik $(3, 4)$ dan paksinya paksi-x.
(12 markah)
- (b) Diberi suatu persamaan elips $12x^2 + 4y^2 = 3$, dapatkan fokus-fokus serta keeksentrikannya.
(12 markah)
- (c) Jika $y = x^{x-1}$, dapatkan persamaan normal kepada lengkung di titik $(2, 2)$.
(13 markah)
- (d) Nilaikan $\int_0^1 \frac{x}{1 + \sqrt{x}} dx$.
(13 markah)
- (e) Sebutan pertama dari suatu janjang aritmetik ialah 2. Hasil tambah bagi 76 sebutan pertama ialah 4484. Cari sebutan terakhir janjang aritmetik ini.
(12 markah)
- (f) Cari nilai a dan b jika kembangan bagi $(1 + ax + bx^2)^6$ sehingga x^2 ialah $1 - 12x + 78x^2$.
(13 markah)
- (g) Cari luas segiempat selari dengan bucu-bucu bersebelahan $(1, -2, 3), (2, 0, 1)$ dan $(0, 4, 0)$.
(12 markah)
- (h) Matriks $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ mewakili suatu transformasi yang mengalih kedudukan titik-titik $(1, 1)$ ke $(1, 4)$ dan $(0, 1)$ ke $(1, 3)$. Dapatkan matriks ini.
(13 markah)

2. (a) Suatu parabola dengan paksi mendatar mempunyai bucu di (h,k) dan fokusnya terletak di sebelah kanan bucu. Tunjukkan parabola tersebut mempunyai persamaan $(y-k)^2 = 4a(x-h)$ dengan a sebagai jarak fokus.

(30 markah)

- (b) Diberi persamaan berparameter untuk keratan kon, camkan dan lakarkan grafnya.

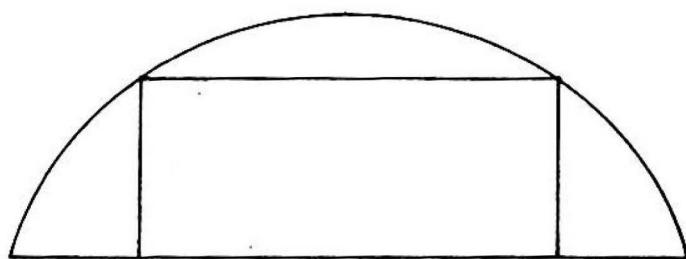
(i) $x = 3t^2, \quad y = 6t$
(ii) $x = t - 6, \quad y = \frac{1}{2}(t^2 - 1)$.

(20 markah)

- (c) Katakan anda ingin mendirikan sebuah kilang untuk mengeluarkan sejenis alat yang diperbuat daripada kepingan-kepingan besi nipis dan papan. Seunit alat ini memerlukan 1 m^2 besi dan 1 m^2 papan. Katakan di $(-30, 0)$ terdapat sebuah kilang yang menghasilkan kepingan-kepingan besi dan di $(30, 0)$ pula terdapat sebuah kilang papan. Harga pengangkutan untuk 1 m^2 besi atau 1 m^2 papan ialah $\frac{1}{10}$ sen bagi setiap kilometer. Di manakah anda harus mendirikan kilang ini supaya harga pengangkutan ke atas seunit alat yang dihasilkan ialah 10 sen?

(50 markah)

3. (a)



...4/-

Gambarajah di sebelah menunjukkan satu segiempat tepat yang terterap di dalam satu semi bulatan. Dua bucu segiempat tepat itu terletak pada lengkok semi bulatan dan dua bucu lagi terletak pada garispusat. Semibulatan itu mempunyai jejari tetap, tetapi dimensi segiempat tepat itu boleh diubah.

- (i) Buktikan bahawa sisi-sisi bagi segiempat tepat yang mempunyai luas terbesar adalah dalam nisbah 2:1.
(ii) Buktikan bahawa sisi-sisi bagi segiempat tepat yang mempunyai perimeter terbesar adalah dalam nisbah 4:1.
(40 markah)

- (b) Nilaikan kamiran berikut:

(i) $\int \frac{x - 7}{2x^2 - 3x - 2} dx$

(ii) $\int \frac{1}{3 - 5 \cos x} dx$

(iii) $\int \frac{2x - 1}{(2x + 1)^2} dx$

(iv) $\int_0^1 \sqrt{4 - x^2} dx$.

(60 markah)

4. (a) Cari set penyelesaian bagi ketaksamaan berikut:

(i) $\left| \frac{3x - 2}{2x + 1} \right| \geq \frac{1}{2}$

(ii) $x + 3 > \frac{x + 4}{2x}$

(30 markah)

(b) (i) Tanpa menggunakan sifir atau mesin kira tunjukkan bahawa $2 < \sqrt{5} < 3$. Seterusnya deduksikan $0 < \sqrt{5} - 2 < 1$.

(ii) Cari nilai $(\sqrt{5} + 2)^4 + (\sqrt{5} - 2)^4$.

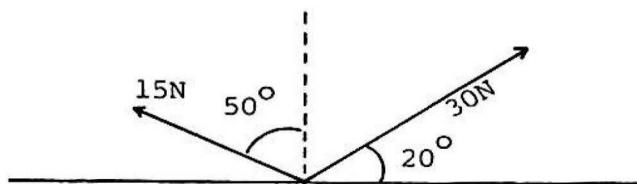
(iii) Gunakan (i) dan (ii) untuk mencari dua nombor integer, a dan $a + 1$ supaya $a < (\sqrt{5} + 2)^4 < a + 1$.

(40 markah)

(c) Cari bilangan terkecil sebutan yang perlu diambil dari siri geometrik $\frac{7}{2}, \frac{7}{4}, \frac{7}{8}, \dots$ supaya beza di antara hasil tambah dari n sebutan dan hasil tambah ketakterhinggaannya kurang dari 0.01.

(30 markah)

5. (a) Di beri sistem daya berikut:



Hitungkan magnitud dan arah paduannya.

(30 markah)

(b) Dapatkan penentu bagi matriks

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \end{pmatrix}$$

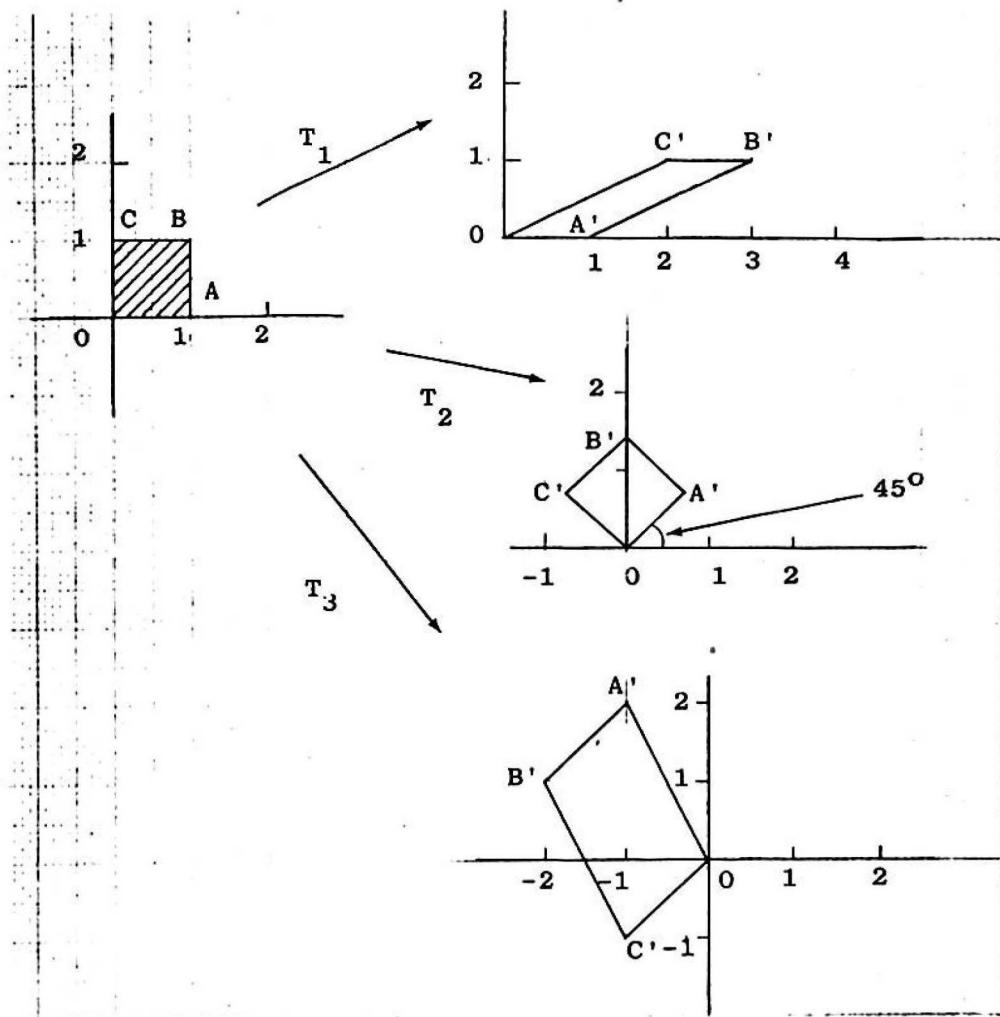
dan seterusnya nilaikan

$$\left| \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & 5 & 25 \end{array} \right| .$$

(30 markah)

...6/-

(c) Diberi rajah berikut:



- Berikan matriks yang mewakili transformasi T_1, T_2, T_3 .
- Katakan objek OABC melalui transformasi T_2 , diikuti dengan transformasi T_3 dan kemudiannya transformasi T_1 . Dapatkan matriks gabungan bagi ketiga-tiga transformasi ini.
- Jika wujud, dapatkan satu matriks yang akan mengembalikan imej OABC ke titik asalnya selepas melalui transformasi-transformasi di dalam (ii).

(40 markah)