LAPORAN
PROJEK TAHUN AKHIR

ANALISIS BULATAN MOHR MENGGUNAKAN PERISIAN MATHCAD

Oleh:

MOHAMAD SOFFIAN ABDUL JALAL

Disertasi ini dikemukakan kepada
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Sebagai memenuhi sebahagian daripada syarat keperluan
untuk ijazah dengan kepujian

SARJANA MUDA KEJURUTERAAN (KEJURUTERAAN MEKANIK)

Pusat Pengajian Kejuruteraan Mekanik
Universiti Sains Malaysia

Jan 2000

ABSTRAK

Objektif utama analisis ini dijalankan adalah untuk mendedahkan kepada penggunaan perisian MathCAD.Perisian ini antara lain akan memberi peluang kepada saya untuk menjalankan analisa bagi mendapatkan nilai-nilai tegasan atau terikan utama dan ricih yang bertindak pada suatu jasad tertegas atau terterik

Tumpuan dalam penggunaan perisian ini diberikan terhadap mentakrifkan pembolehubah dan persamaan dalam perisian MathCAD Professional dan gambaran secara grafik Bulatan Mohr dalam perisian cabang MathCAD iaitu Imagination Engineer

Bagi mendapatkan hasil(output) yang dikehendaki,nilai-nilai σ_x,σ_y dan τ_{xy} dalam penentuan tegasan dan nilai-nilai ε_x,ε_y dan γ_{xy} dalam penentuan nilai terikan hendaklah terlebih dahulu diketahui

Nilai-nilai ini hanya perlu dimasukkan dalam ruang-ruang tersedia berkaitan yang telah diprogramkan sebelum keluaran dipaparkan dalam bentuk nilai dan gambaran grafik. Sebarang perubahan pada sebarang masa terhadap nilai-nilai dalam ruangan ini akan memberi kesan terhadap hasil yang akan dipaparkan secara automatik

PENGHARGAAN

Alhamdulillah syukur ke hadhrat Allah s.w.t di atas limpah kurnia dan nikmat pada setiap detik kerana memberikan peluang kepada saya bagi menyiapkan Projek Tahun Akhir ini. Ucapan berbanyak-banyak terima kasih saya tujukan kepada penasihat projek,Tuan Haji Radzai kerana sudi meluangkan masa yang berharga untuk memberikan saya peluang,tunjuk ajar,dorongan,nasihat dan bimbingan bagi menyiapkan Projek Tahun Akhir ini.

Ucapan ribuan terima kasih turut ditujukan kepada rakan-rakan yang telah memberikan sokongan moral,idea dan memberikan tunjuk ajar tentang penggunaan perisian MathCAD dalam usaha menyiapkan projek ini.

Ucapan jutaan terima kasih yang amat berharga juga saya tujukan buat kedua ibu bapa dan keluarga saya yang sudi memahami karenah dan kesibukan saya.

Semoga segala usaha yang saya telah dan akan buat mendapat restu dan iringan doa dari mereka.

Alhamdulillah…

Sekian Terima Kasih

KANDUNGAN **Mukasurat**

Abstrak		**i**
Penghargaan		**ii**
Isi Kandungan		**iii**
BAB 1 : **PENGENALAN/PENDAHULUAN**		
1.1	Pengenalan Kepada Analisis Bulatan Mohr	1
1.2	Tujuan Analisis Bulatan Mohr	1
1.3	Skop Analisis	2
1.4	Penggunaan MathCad	2
BAB 2: **BULATAN MOHR**		
2.1.0	Perubahan Tegasan Pada Suatu Titik	4
2.1.1	Kajian Secara Analitikal	4
2.1.2	Penerbitan Formula	6
2.2.0	Pengenalan Bulatan Mohr	10
2.2.1	Penerbitan Persamaan Bulatan(Mohr) Dari Formula-Formula Tegasan	10
2.2.2	Bulatan Mohr Bagi Keadaan Umum Tegasan	14
2.2.3	Langkah-Langkah Penghasilan Gambarajah Bulatan Mohr	15
2.3.0	Terikan Prinsipal	30
2.3.1	Bulatan Mohr Terikan	30
2.3.2	Bulatan Mohr Terikan : Penerbitan Alternatif Dari Persamaan-Persamaan Umum Tegasan	34

2.3.3 Hubungan Antara Bulatan-Bulatan Mohr
Bagi Tegasan Dan Terikan 38
2.3.4 Pembinaan Bulatan-Bulatan Terikan
Dari 3 Nilai Terikan Yang Diketahui
–Analisis Roset(Kaedah McClintock) 43
BAB 3 : **MODEL PERISIAN MATHCAD**
3.1.0 Pengenalan MathCAD 49
3.1.1 Pengenalan 49
3.1.2 Edisi-Edisi MathCad 50
3.1.3 Ciri-Ciri MathCad 51
3.2.0 Model Perisian Imagination Engineer LE 55
3.2.1 Pengenalan 55
3.2.2 Edisi-Edisi Imagination Engineer 56
3.2.3 Ciri-Ciri Imagination Engineer LE 56
BAB 4 : **PENGGUNAAN BULATAN MOHR**
4.1 Penggunaan Bulatan Mohr Terhadap Beban Gabungan 57
4.2 Contoh Terhadap Tegasan Gabungan 71
4.3 Contoh Terhadap Tegasan Umum 74
4.4 Contoh Terhadap Terikan 84
BAB 5 : **KEPUTUSAN DAN PERBINCANGAN** 91
BAB 6: **KESIMPULAN** 94

Rujukan 95

Lampiran 96

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Pengenalan Kepada Analisis Bulatan Mohr

Analisis Bulatan Mohr merupakan suatu analisa yang dapat memberikan keputusan secara grafik dan nilai yang tepat berkenaan tegasan-tegasan atau terikan-terikan keseluruhan yang wujud pada suatu satah yang ditetapkan pada suatu sistem tegasan atau sistem terikan.

Oleh itu ia merupakan suatu kajian yang akan membantu mempercepatkan pembinaan dan pemaparan Bulatan Mohr berdasarkan nilai tegasan-tegasan bertindak pada suatu jasad atau sistem tegasan/terikan dengan lebih pantas dan tepat berbanding dibuat secara manual(lukisan tangan dan pengukuran serta pengiraan).

Malah kita tidak langsung perlu melukis Bulatan Mohr bagi mendapatkan keputusan-keputusan yang dikehendaki.Kita hanya perlu memasukkan nilai-nilai tertentu sahaja pada proses masukan(input) data dan kita kemudiannya akan memperolehi keputusan atau hasil berbentuk nilai dan paparan grafik Bulatan Mohr yang tepat.

Jadi,analisis ini akan sedikit sebanyak membantu memudahkan penggunaan Bulatan Mohr dalam penyelesaian masalah berkaitan analisa tegasan dan terikan.

1.2 Tujuan Analisis Bulatan Mohr

Di antara tujuan-tujuan utama kajian analisis Bulatan Mohr ini dijalankan seperti berikut :

- Bagi memahami konsep analisis Bulatan Mohr

- Untuk memahami penggunaan perisian komputer berkaitan analisis Bulatan Mohr ini
- Bagi mendapatkan nilai tegasan atau terikan keseluruhan suatu sistem dalam keadaan tertegas atau terterik
- Mempercepatkan penghasilan keputusan di samping penghasilan keputusan yang lebih tepat secara nilai dan grafiknya
- Memudahkan kaedah Bulatan Mohr diguna dalam penyelesaian tegasan atau terikan sebagai salah satu kaedah alternatif dalam penyelesaian masalah analisis tegasan atau terikan

1.3 Skop Analisis

Analisis Bulatan Mohr ini tertumpu kepada analisis Bulatan Mohr 2D bagi penentuan tegasan mahupun terikan

Walaupun terdapat analisis Bulatan Mohr 3D yang memaparkan analisis secara lebih baik dan tepat namun ianya memerlukan lebih banyak masa bagi tujuan pemahaman konsep dan pembangunan perisian komputer yang berkaitan.

Maka dalam kajian analisis Bulatan Mohr ini,hanya kes-kes 2D dipertimbangkan.

1.4 Penggunaan MathCAD

Dalam membincangkan analisis Bulatan Mohr ini,perisian MathCAD digunakan bagi tujuan memudahkan penyelesaian masalah analisis tegasan dan terikan serta penghasilan keputusan yang lebih pantas dan tepat

Program MathCAD ini merupakan program komputer yang dibuat supaya data masukan(input) boleh dihubungkan dengan takrifan persamaan di samping dikaitkan dengan paparan grafik yang telah terlebih dahulu diprogramkan.

Penerangan secara terperinci tentang MathCAD ini akan dibincangkan dalam Bab 3 nanti.

BAB 2

BULATAN MOHR

2.1.0 Perubahan Tegasan Pada Suatu Titik

2.1.1 Kajian Secara Analitikal

Tegasan yang bertindak pada suatu titik diwakili oleh tegasan-tegasan bertindak ke atas permukaan elemen yang melitupi(di sekitar) titik tersebut

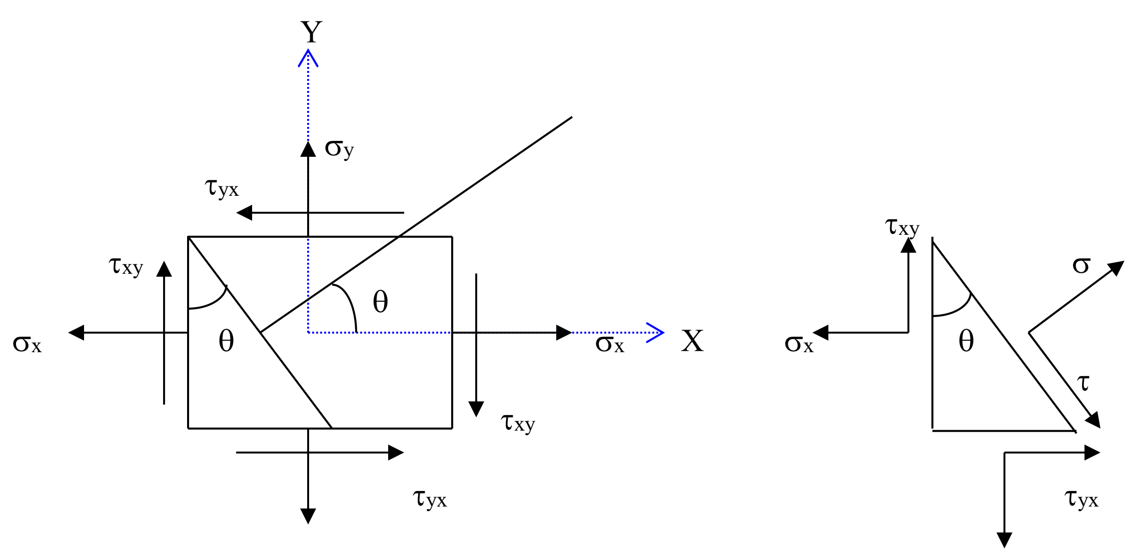
Tegasan-tegasan berubah dengan kecondongan satah tegasan yang melalui titik tersebut,iaitu tegasan-tegasan di atas permukaan elemen berubah bila sudut posisi(kedudukan) elemen berubah

Dalam menentukan kepelbagaian tegasan-tegasan ini secara analisis :

1-suatu satah dilalukan yang mana ia memotong elemen asal kepada dua bahagian dan

2-keadaan keseimbangan dikenakan ke atas kedua-dua bahagian

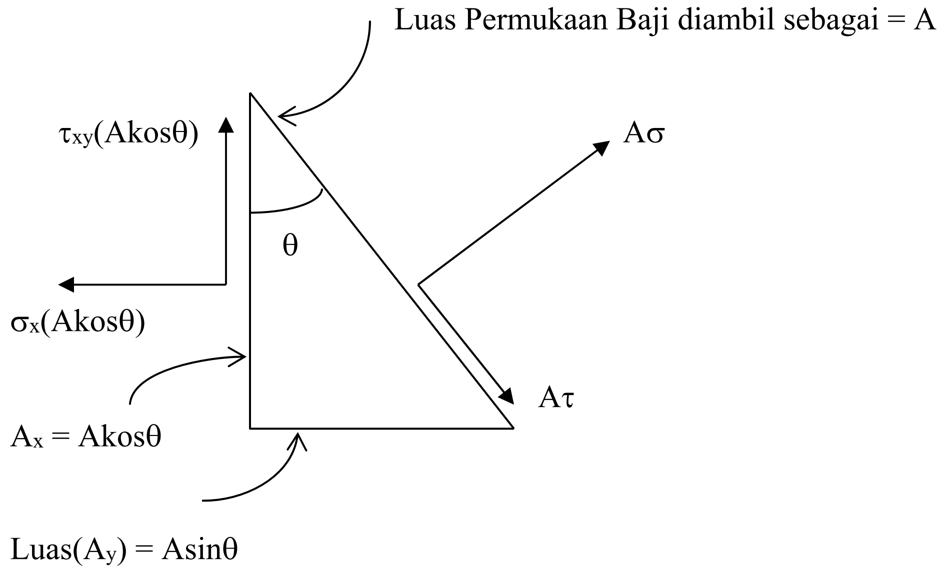
RAJAH 1(a,b,c,d) : Kepelbagaian Komponen-Komponen Tegasan



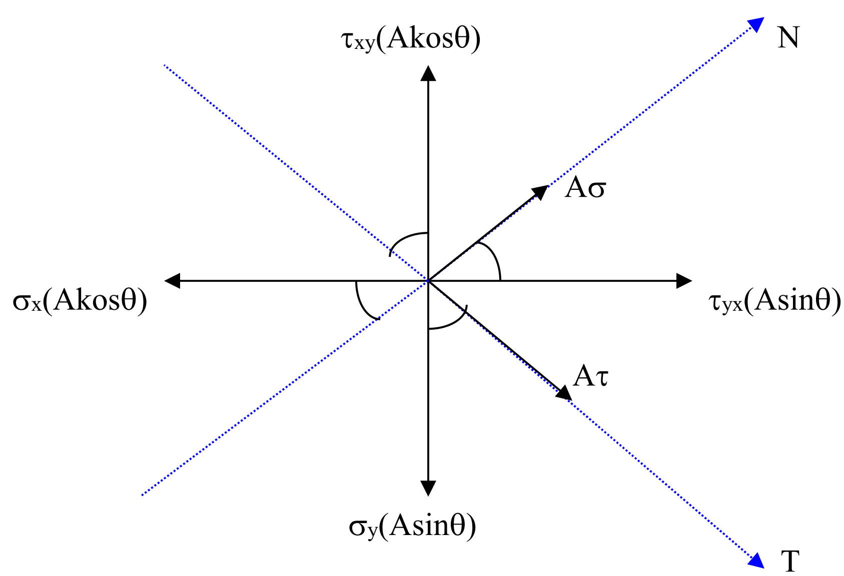
σ_y σ_y

(a) Keadaan asal tegasan

(b) Tegasan-tegasan bertindak pada baji



(c) Gambarajah Badan Bebas bagi daya-daya yang bertindak pada baji



(d) Gambarajah Titik daya-daya bertindak

Rajah 1b menunjukkan komponen-komponen tegasan normal dan tegasan ricih yang bertindak ke atas suatu satah di mana normal N(paksi normal) membuat suatu sudut θ dengan paksi x(lihat Rajah 1a)

Elemen segitiga dalam Rajah 1b adalah dalam keseimbangan di bawah tindakan daya-daya yang timbul dari tegasan-tegasan yang bertindak di atas permukaannya

Luas permukaan condong diwakili oleh A.

Daya-daya ini ditunjukkan dalam Rajah Badan Bebas pada Rajah 1c

Gambarajah Titik daya-daya ini ditunjukkan dalam Rajah 1d

2.1.2 Penerbitan Formula

Berdasarkan Rajah 1d ,dengan mengenakan keadaan-keadaan keseimbangan pada paksi N ,kita dapati :

$\mathbf{\Sigma F_N = 0}$

$A\sigma = (\sigma_x A\text{kos}\theta)\ \text{kos}\theta + (\sigma_y A\sin\theta)\sin\theta - (\tau_{xy} A\text{kos}\theta)\sin\theta - (\tau_{yx} A\sin\theta)\text{kos}\theta$

$\rightarrow$Persamaan (1)

Dan,pada paksi T pula :

$\mathbf{\Sigma F_T = 0}$

$A\tau = (\sigma_x A\text{kos}\theta)\sin\theta + (\sigma_y A\sin\theta)\ \text{kos}\theta - (\tau_{xy} A\text{kos}\theta)\ \text{kos}\theta - (\tau_{yx} A\sin\theta)\sin\theta$

$\rightarrow$Persamaan (2)

Diketahui :

A bernilai tetap,maka sebutan ini boleh dibatalkan

τ_{xy} adalah bersamaan τ_{yx} secara nilainya

Dan menggunakan Identity Trigonometri :

$$kos^2\theta = \frac{1 + kos2\theta}{2}$$

$$\sin^2\theta = \frac{1 - kos2\theta}{2}$$

$$\sin\theta kos\theta = \frac{\sin 2\theta}{2}$$

Persamaan (1) menjadi :

$$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)kos2\theta - \tau_{xy}\sin 2\theta$$ →Persamaan (3) atau

Persamaan tegasan

Persamaan (2) pula menjadi :

$$\tau = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)\sin 2\theta - \tau_{xy}kos2\theta$$ →Persamaan (4) atau Persamaan

Ricih

Dari persamaan tegasan{Persamaan (3)},satah-satah yang mendefinasikan tegasan-tegasan normal maksimum dan minimum diperolehi dengan membezakan Persamaan (3) terhadap θ dan menetapkan nilainya bersamaan dengan sifar atau

$$\frac{d\sigma}{d\vartheta} = 0$$

maka hasilnya ialah ,

$$\tan 2\theta_\sigma = \frac{-2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$ →Persamaan (5)

Dengan cara yang sama,dari Persamaan Ricih{Persamaan (4)}iaitu dengan mengenakan syarat

$\frac{d\tau}{d\theta} = 0$ pula

maka satah satah tegasan ricih maksimum didefinasikan oleh ,

$$\tan 2\theta_\tau = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}} \quad \rightarrow \text{Persamaan (6)}$$

Jika dipermudahkan Persamaan (5),ia akan memberikan 2 nilai 2θ yang berbeza 180^0 di antaranya.

Ini menjelaskan bahawa satah-satah di mana tegasan-tegasan normal maksimumdan minimum yang terjadi terpisah 90^0 di antara satu sama lain

Dengan cara yang sama,jika dipermudahkan Persamaan (6) didapati satah-satah di mana tegasan ricih maksimum terjadi terpisah 90^0 sesamanya

Jika nilai τ ditetapkan pula bersamaan dengan sifar dalam Persamaan (2) yang telah terdahulu ditakrifkan sebelum ini,ia akan memberikan :

$$\tan 2\theta = \frac{-2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

Hasil ini jika dibandingkan dengan Persamaan (5) iaitu keputusan dari Persamaan (2) ,ianya jelas sama iaitu :

Hasil dari pembezaan <u>persamaan tegasan</u> terhadap θ dan hasil dari penetapan nilai τ = 0 pada <u>persamaan ricih</u> adalah sama

Dengan menetapkan nilai τ = 0 pada persamaan ricih ,hasilnya memberikan satah-satah tegasan ricih sifar.

Maka,

Hasil dari keputusan ini menunjukkan bahawa tegasan normal maksimum dan minimum terjadi di atas satah-satah tegasan ricih sifar

Tegasan-tegasan normal maksimum dan minimum ini dikenali sebagai tegasan-tegasan utama.

Dapat diperhatikan juga Persamaan (6) juga adalah terbalikan negatif{terbalikkan Persamaan (5) }iaitu :

$$\frac{1}{Persamaan(5)} = Persamaan(6)$$

Ini bermakna nilai 2θ yang diperolehi dari Persamaan (5) dan Persamaan (6) berbeza sebanyak 90^0 atau

Dengan lain perkataan,satah-satah tegasan ricih maksimum adalah bersudut 45^0 dari satah-satah tegasan utama.

Dengan menggantikan nilai-nilai θ dari Persamaan (5) dan Persaman (6) ke dalam masing-masing Persamaan (3) dan Persamaan (4),kita akan memperolehi ungkapan di baeah untuk tegasan-tegasan maksimum

$$\sigma_{mak,\min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right) + \tau_{xy}{}^2\right]} \quad \rightarrow \text{Persamaan (7)}$$

$$\tau_{mak} = \pm \sqrt{\left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right) + \tau_{xy}{}^2\right]} \quad \rightarrow \text{Persamaan (8)}$$

Jika analisis yang sama dibuat untuk suatu satah di mana normalnya adalah bersudut tepat kepada paksi N,komponen-komponen tegasan di atas satah bersudut tepat ini adalah :

$$\sigma' = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right) kos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta \qquad \rightarrow \text{Persamaan (9)}$$

$$\tau' = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right) \sin 2\theta + \tau_{xy} kos 2\theta \qquad \rightarrow \text{Persamaan (10)}$$

Jika diperhatikan ,dengan menambahkan Persamaan (3) dan Persamaan (9) ini akan menunjukkan bahawa jumlah tegasan-tegasan normal di atas sebarang 2 satah-satah yang bersudut tepat akan menghasilkan suatu nilai tetap = $\sigma_x + \sigma_y$

Iaitu hasil setelah :

Sebutan $$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right) kos 2\theta - \tau_{xy} \sin 2\theta$$

Ditambahkan dengan $$\sigma' = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right) kos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta$$

Juga jika hasiltolak Persamaan (4) dan Persamaan (10) akan memastikan bahawa tegasan ricih di atas dua satah-satah yang bersudut tepat adalah SAMA banyak

Iaitu hasil setelah :

Sebutan $$\tau = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right) \sin 2\theta - \tau_{xy} kos 2\theta$$

Ditolak dengan $$\tau' = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right) \sin 2\theta + \tau_{xy} kos 2\theta$$

2.2.0 Pengenalan Bulatan Mohr

2.2.1 Penerbitan Persamaan Bulatan(Mohr) Dari Formula-Formula Tegasan

Formula-formula yang akan dibabitkan di bawah ini boleh digunakan untuk sebarang kes tegasan 2D

Persembahan/pentakrifan secara grafik persamaan-persamaan sebelum ini oleh jurutera dari Germany bernama Otto Mohr pada tahun 1882,menghapuskan keperluan untuk menghafal/mengingati persamaan-persamaan tersebut

Dalam pentafsiran ini,suatu bulatan digunakan ;

Oleh kerana itu,pembinaan gambarajah tersebut dipanggil Bulatan Mohr

Jika pembangunan gambarajah ini diplotkan mengikut skala,keputusan-keputusan boleh dicapai secara grafik;

Biasanya walaubagaimanapun,dengan hanya suatu lakaran kasar dibuat, keputusan-keputusan secara analitik boleh diperolehi darinya dengan mengikut hukum/panduan/langkah yang akan diberikan kemudian

Kita dengan mudah boleh menunjukkan bahawa Persamaan (3) dan Persamaan (4) akan mendefinasikan suatu bulatan dengan mula-mula sekali menulis semula persamaan-persamaan tersebut seperti di bawah :

Persamaan (3)

$$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right) kos 2\theta - \tau_{xy} \sin 2\theta$$

Susun semula menjadi :

$$\sigma - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right) kos 2\theta - \tau_{xy} \sin 2\theta \qquad \rightarrow \text{Persamaan (3A)}$$

Persamaan (4)

$$\tau = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right) \sin 2\theta - \tau_{xy} kos 2\theta \qquad \rightarrow \text{Persamaan(4A)}$$

Operasi-operasi berikut dijalankan ke atas Persamaan (3A) dan Persamaan (4A) :

- Kuasaduakan kedua-dua persamaan
- Tambahkan hasilnya dari kedua-dua persamaan{sebutan sebelah kiri(3A) ditambahkan dengan sebutan sebelah kiri(4A) ; begitu juga sebutan sebelah kanan}
- Permudahkan

Kita akan memperolehi hasilnya sebagai : (rujukan : lampiran 1)

$$\left(\sigma - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 - \tau_{xy}{}^2 \qquad \rightarrow \text{Persamaan (11)}$$

Diketahui :

$\left.\begin{matrix}\sigma \\ \tau\end{matrix}\right\}$ merupakan pembolehubah-pembolehubah yang tidak diketahui nilainya

$\left.\begin{matrix}\sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy}\end{matrix}\right\}$ adalah pemalar yang diketahui nilainya yang mendefinasikan keadaan

tegasan tertentu

Akibatnya sebutan $\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2$ di sebelah kiri Persamaan (11) juga akan bernilai tetap,

Katakan $\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 = C$

Bahagian kanan Persamaan (11) pula semuanya melibatkan pemalar σ_x , σ_y dan τ_{xy} yang juga bernilai tetap

Katakan $\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 - \tau_{xy}{}^2 = R$

Maka C dan R juga adalah pemalar

Memasukkan sebutan pemalar C dan R ke dalam Persamaan (11) akan menghasilkan :

$(\sigma - C)^2 + \tau^2 = R^2$ →Persamaan (12)

Persamaan ini jika dibandingkan dengan persamaan $(x – C)^2 + y^2 = R^2$ adalah sama bentuk

Persamaan $(x – C)^2 + y^2 = R^2$ ini adalah merupakan persamaan asas bulatan dengan radius bulatan R dan pusat bulatan C.

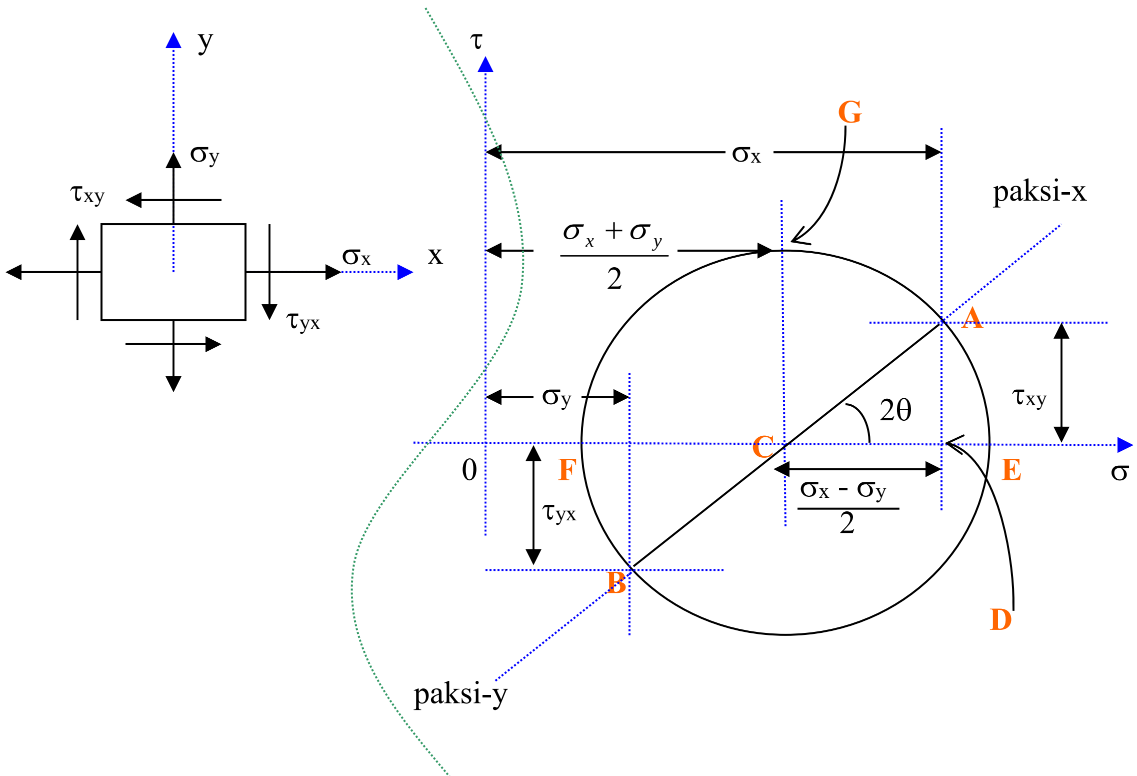
Maka,berdasarkan Persamaan (12) :

Radius bulatan, $R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 - \tau_{xy}{}^2}$

Dan Pusat bulatan, $C = \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)$;jarak dari asalan ke kanan

2.2.2 <u>Bulatan Mohr Bagi Keadaan Umum Tegasan</u>

<u>RAJAH 2 : Rajah Bulatan Mohr Pada Keadaan Umum Tegasan</u>



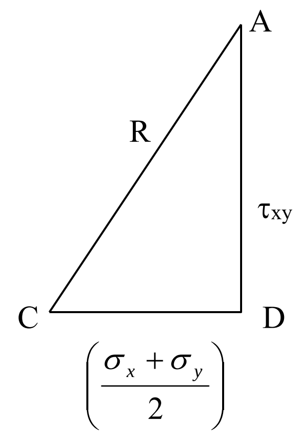
Rajah 2 di atas mewakili Bulatan Mohr bagi keadaan tegasan yang mana telah dianalisa terdahulu sebelum ini

Pusat Bulatan $\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 = C$ adalah bernilai purata tegasan-tegasan normal

dan

Radius Bulatan $R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 - \tau_{xy}{}^2}$ adalah hipotenus bagi segitiga

CDA(lihat gambarajah di bawah)



Dari gambarajah Bulatan Mohr di atas,bagaimanakah kelakuan/kaitan koordinat-koordinat E,F,dan G berbanding dengan ungkapan-ungkapan yang telah diterbitkan dalam Persamaan (7) dan Persamaan (8)?

Kita patut nampak bahawa Bulatan Mohr adalah suatu gambaran grafik kepelbagaian tegasan yang diberi oleh Persamaan (3) dan Persamaan (4)

Titik E sebenarnya mewakili σ_{mak}

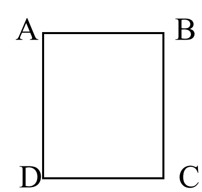
Titik F mewakili σ_{min}

Titik G pula mewakili τ_{mak}

2.2.3 Langkah-Langkah Penghasilan Gambarajah Bulatan Mohr

Panduan Untuk Menggunakan Bulatan Mohr Ke Atas Tegasan-Tegasan Bergabung :

1- Labelkan blok ABCD(rujuk Rajah 3)



2- Tetapkan/tentukan paksi-paksi untuk tegasan tegangan(sebagai absissa)dan tegasan ricih(sebagai ordinat) : rujuk Rajah 4

3- Di atas paksi-paksi segiempat σ-τ ,titik-titik plot mempunyai koordinat-koordinat (σ_x ,τ_{xy}) dan (σ_y , τ_{yx})

Tegasan-tegasan ini mewakili tegasan-tegasan normal dan tegasan ricih yang bertindak ke atas permukaan x dan y suatu elemen bagi keadaan di mana nilai tegasan-tegasan adalah diketahui

Plotkan tegasan-tegasan bertindak ke atas dua permukaan-permukaan berdekatan,contohnya permukaan AB dan BC,menggunakan kebiasaan-kebiasaan tandaan berikut :

Tegasan tegangan : keadaan tegangan,positif

keadaan mampatan,negatif

Tegasan ricih : berkecenderongan untuk memusingkan blok mengikut arah jam,positif

berkecenderongan untuk memusingkan blok mengikut arah lawan jam,negatif

Ini akan memberikan dua titik di atas graf yang mana ianya boleh dilabelkan sebagai $\overline{AB}$ dan $\overline{BC}$ masing-masing untuk melambangkan tegasan-tegasan di atas satah-satah ini

4- Hubungkan titik-titik $\overline{AB}$ dan $\overline{BC}$ yang telah diplotkan tadi dengan suatu garisan lurus

5- Titik P di mana garisan ini memotong paksi σ akan menjadi pusat Bulatan Mohr ,dan garisan ini merupakan diameternya ; Jadi bulatan bolehlah dilukis sekarang

Setiap titik di atas lilitan bulatan akan mewakili suatu keadaan tegasan di atas suatu satah yang melalui C

Sebagai bukti : (rujuk Rajah 4)

Pertimbangkan sebarang titik Q di atas lilitan bulatan,di mana PQ membuat suatu sudut 2θ dengan BC(rujuk Rajah 3) ,dan sambungkan secara serenjang suatu garisan dari Q ke paksi σ di N

Koordinat titik Q :

$$\text{ON = OP + PN } = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + Rkos(2\theta - \beta)$$

$$= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + Rkos(2\theta)kos\beta + R\sin(2\theta)\sin\beta$$

tetapi : $Rkos\beta = \dfrac{\sigma_x - \sigma_y}{2}$ dan

$$R\sin\beta = \tau_{xy}$$

$$\therefore ON = \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right) + \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)kos2\theta + \tau_{xy}\sin 2\theta$$

Jika dirujuk kembali,ON adalah bersamaan nilainya dengan Persamaan Tegangan{Persamaan (3)} bagi tegasan tegangan σ di atas satah yang berkecondongan θ terhadap BC(Rajah 3)

Dengan kaedah yang sama,

$$\text{QN} = R\sin(2\theta - \beta)$$

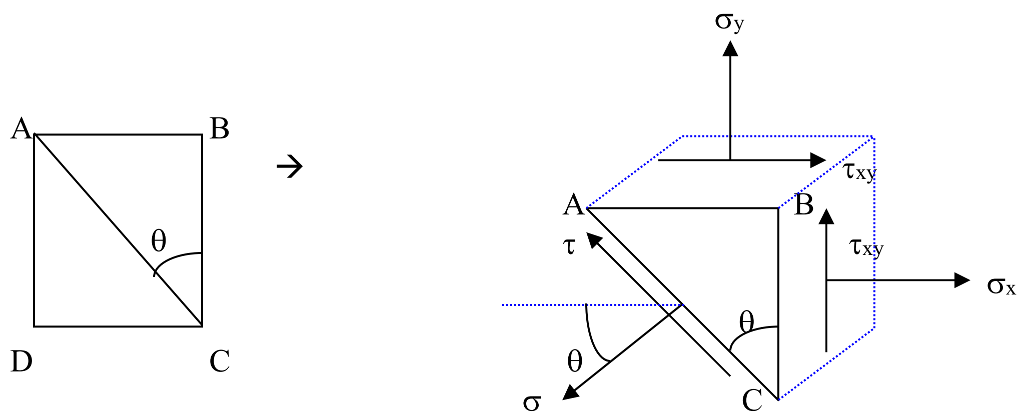
$$= R\sin(2\theta)kos\beta - Rkos(2\theta)\sin\beta$$

$$= \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)\sin 2\theta - \tau_{xy}kos2\theta$$

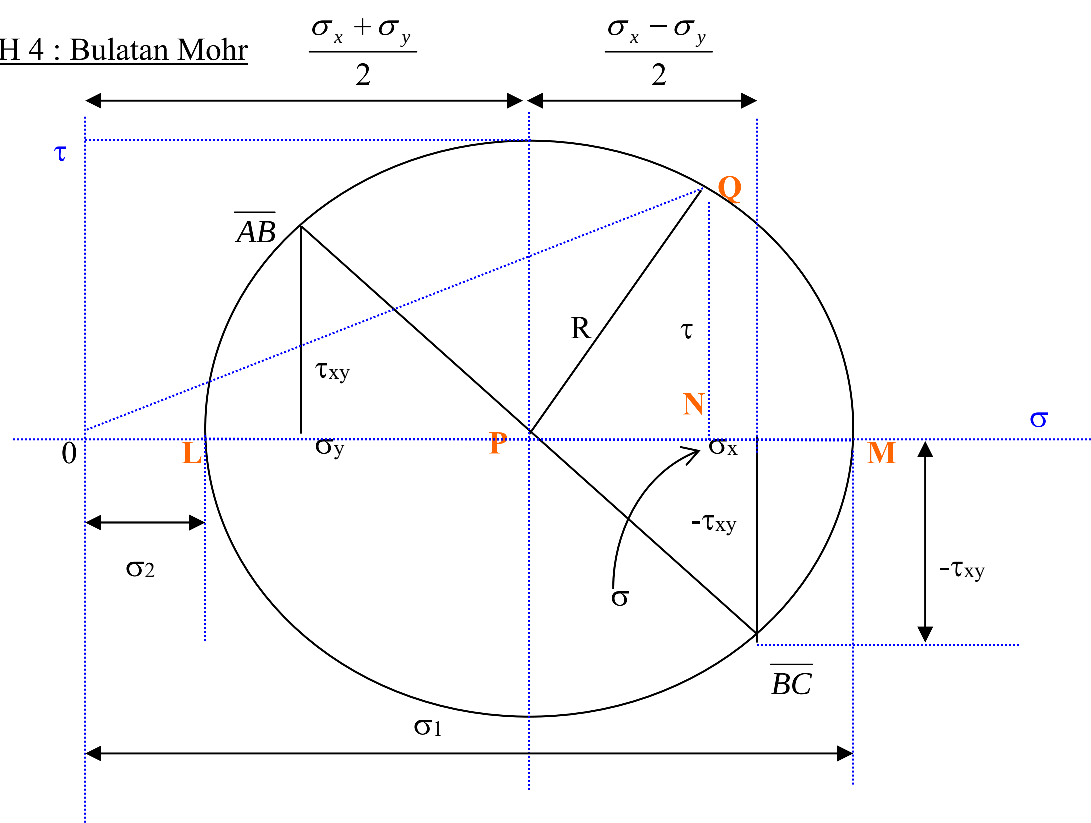
Sekali lagi,jika dirujuk semula QN adalah sama nilainya dengan Persamaan Ricih{Persamaan(4)}bagi tegasan ricih τ di atas satah berkecondongan θ terhadap BC(Rajah 3)

Maka koordinat Q adalah tegasan-tegasan normal dan tegasan ricih di atas suatu satah yang berkecondongan θ terhadap BC dalam system asal tegasan(Rajah 3)

RAJAH 3 : Sistem Asal Tegasan



RAJAH 4 : Bulatan Mohr



Telah diketahui sebelum ini sudut tunggal $\overline{BC}$ PQ adalah 2θ di atas Bulatan Mohr dan bukannya θ,ia adalah bukti bahawa sudut digandakan dalam Bulatan Mohr.Inilah satu-satunya perbezaan,walaubagaimanapun,ianya diukur dalam arah yang sama dan dari satah yang sama dalam kedua-dua bentuk(dalam kes ini lawan arah jam dari $\overline{BC}$)

Fakta-fakta tambahan yang patut diketahui ialah :

1- tegasan tegangan menjadi maksimum bila Q berada pada M iaitu OM adalah panjang/jarak yang mewakili tegasan utama maksimum σ_1 dan $2\theta_1$ memberikan sudut satah θ_1 dari BC

   Begitu juga OL adalah salah satu lagi tegasan utama

2- Tegasan ricih maksimum diberikan oleh titik tertinggi di atas bulatan dan diwakili oleh radius bulatan.Ini boleh diikuti/dianggap kerana tegasan-tegasan ricih dan tegasan-tegasan ricih pelengkap mempunyai nilai yang sama

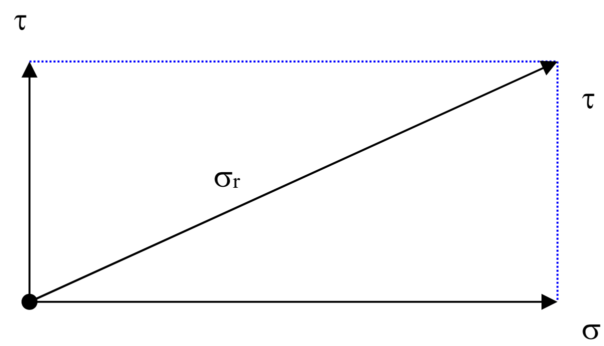
   Maka pusat bulatan dakan sentiasa berada pada paksi σ di tengah-tengah di antara σ_x dan σ_y

3- Dari fakta di atas,tegasan tegangan di atas satah tegasan ricih maksimum mestilah di tengah-tengah di antara σ_x dan σ_y iaitu $\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$

4- Tegasan ricih di atas satah-satah tegasan utama adalah sifar

5- Disebabkan perjumlahan dua tegasan pada 90^0 boleh diperolehi dari vector-vektor selari sebagai pepenjuru,seperti ditunjukkan di dalam Rajah 5,perjumlahan tegasan di atas satah pada sudut θ terhadap BC diberikan oleh OQ dalam Bulatan Mohr

RAJAH 5 : Perjumlahan Tegasan(σ_r) Di Atas Sebarang Satah



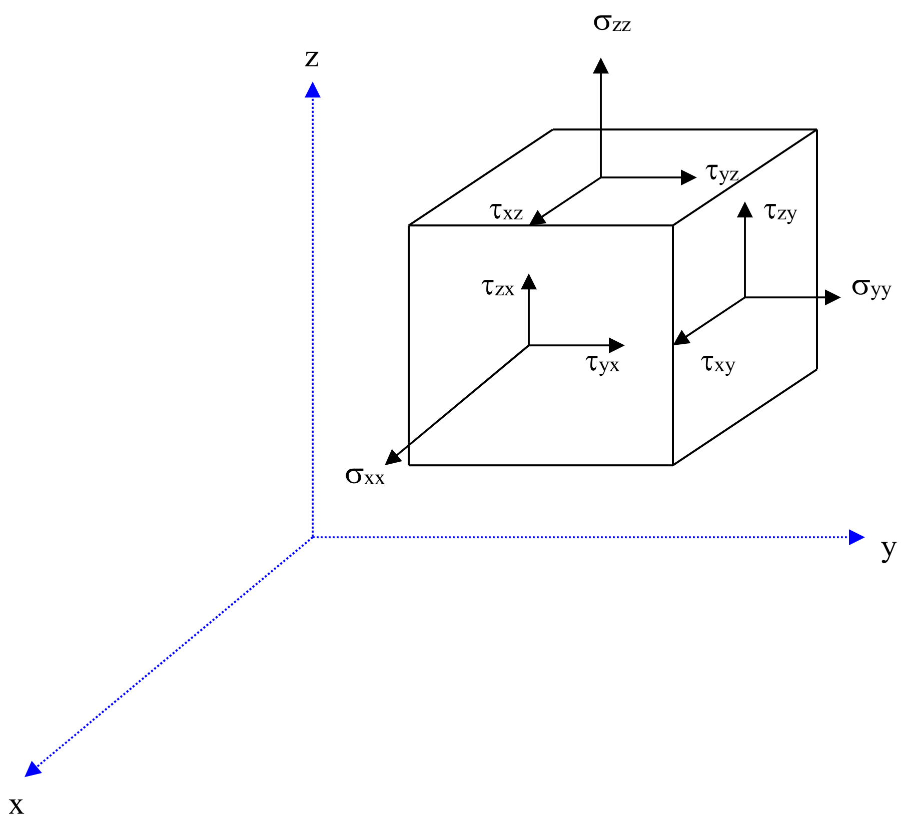
Penyelesaian kaedah grafik bagi masalah-masalah tegasan yang rumit menggunakan Bulatan Mohr adalah suatu teknik yang sangat baik kerana kesemua maklumat yang berkaitan kepada sebarang satah di dalam jasad tertegas dimuatkan dalam hanya satu gambarajah

Oleh itu ia membekalkan suatu petua penyelesaian yang pantas dan menyenangkan yang kurang kecenderungan kepada kesilapan-kesilapan pengiraan(arithmetic) dan penggunaannya sangat digalakkan

Dengan peningkatan tinggi daya dan kemampuan kalkulator-kalkulator terprogram dan mikrokomputer-mikrokomputer ia mungkin akan menyebabkan kegunaan praktikal Bulatan Mohr bagi penentuan nilai-nilai tegasan dan terikan secara analitik akan terhad.

Walaubagaimanapun,ia akan kekal menjadi suatu medium yang sangat efektif bagi pengajaran dan pemahaman sistem-sistem tegasan kompleks.

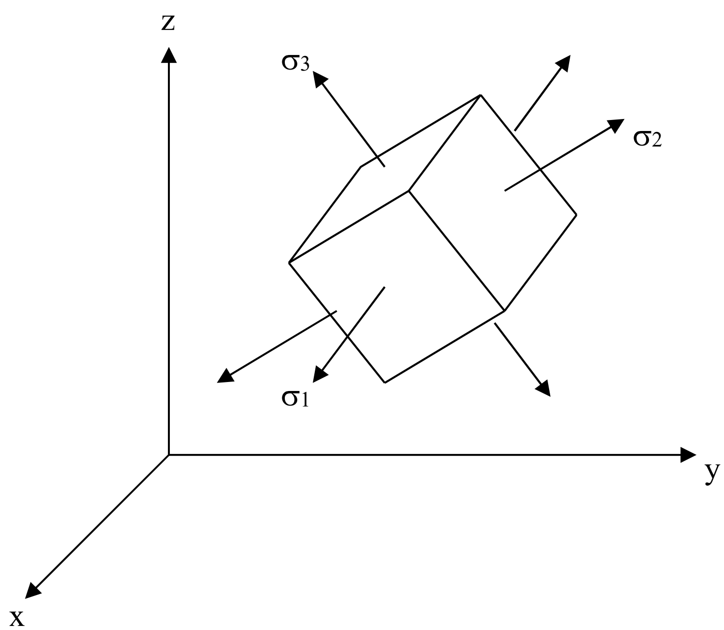
Tegasan Tiga Dimensi(3D) : Persembahan Secara Grafik



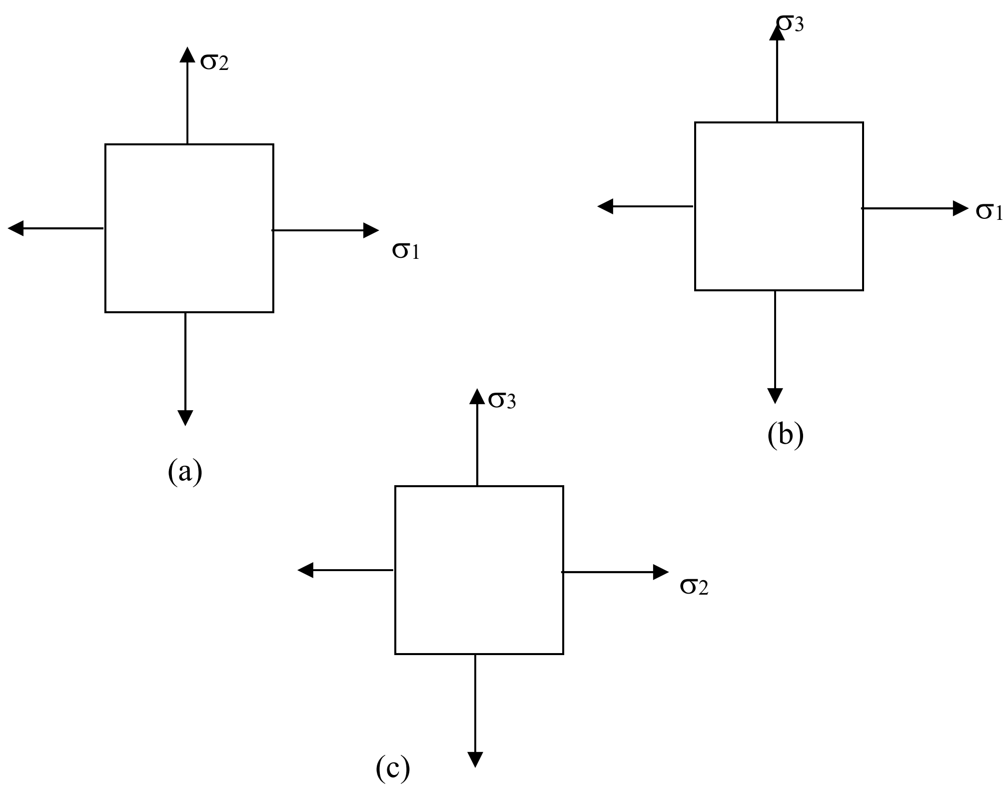
RAJAH 6 : Sistem Tegasan 3D

Rajah 6 menunjukkan secara umum keadaan tegasan 3D pada sebarang titik pada suatu jasad iaitu jasad akan didedahkan kepada tiga tegasan-tegasan tegangan dan tegasan-tegasan ricih yang saling bersudut tepat antara satu sama lain.

Rajah 7 di bawah pula menunjukkan suatu elemen dasar/utama pada titk yang sama iaitu elemen di mana secara umumnya diputarkan relatif kepada elemen asal(Rajah 6) sehingga tegasan-tegasan di atas permukaan adalah tegasan-tegasan utama yang tidak melibatkan tegasan ricih



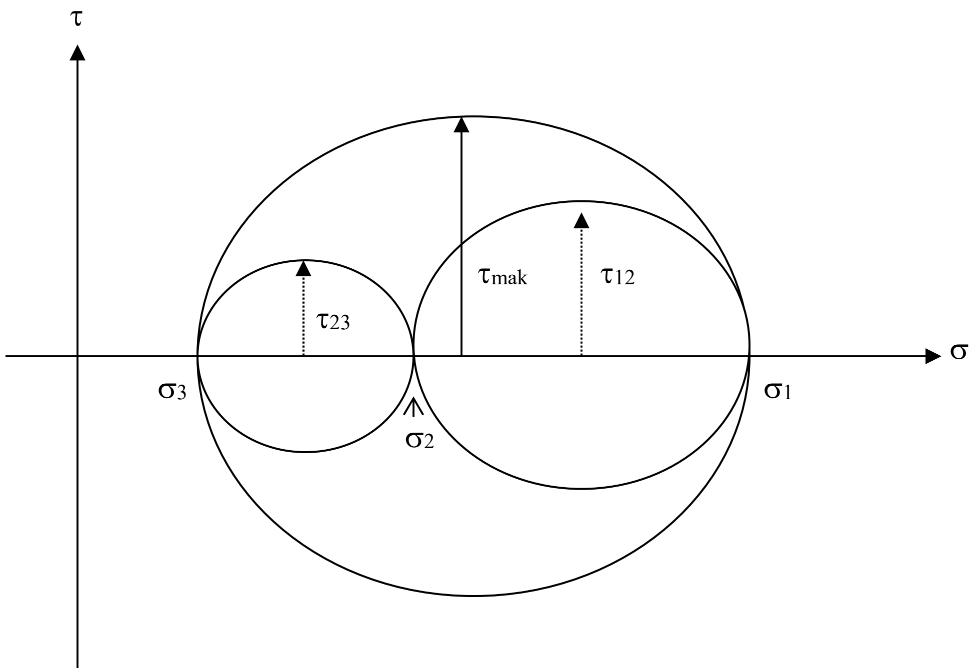
RAJAH 7 : Elemen Utama



RAJAH 8 : Pandangan sebenar di atas pelbagai permukaan elemen utama

Rajah 8 menunjukkan pandangan sebenar di atas kepelbagaian permukaan-permukaan elemen utama,dan bagi setiap keadaan tegasan 2D didapati satu Bulatan Mohr boleh dilukis

Ini boleh digabungkan untuk menghasilkan persembahan lengkap Bulatan Mohr 3D seperti ditunjukkan di dalam Rajah 9 di bawah.



<u>RAJAH 9 : Persembahan Bulatan Mohr keadaan tegasan 3D menunjukkan bulatan utama,di mana jejarinya bersamaan tegasan terikan terbesar yang wujud dalam sistem</u>

Bulatan besar di antara titik-titik σ_1 dan σ_3 mewakili tegasan-tegasan di atas semua satah melalui titik dalam persoalan yang mengandungi paksi σ_2

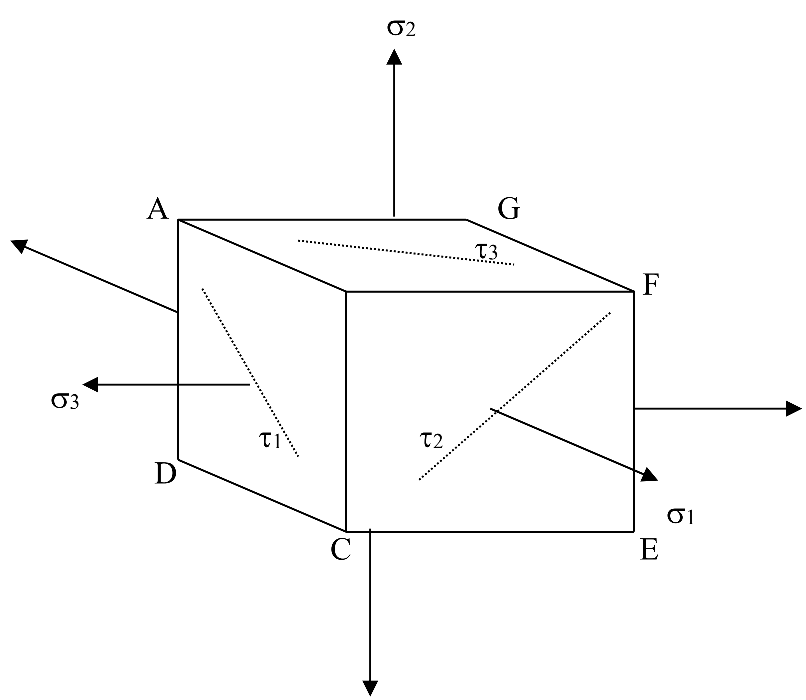
Begitu juga bulatan kecil di antara σ_2 dan σ_3 mewakili tegasan-tegasan di atas semua satah-satah mengandungi paksi σ_1 dan

Bulatan di antara σ_1 dan σ_2 semua satah mengandungi paksi σ_3

Terdapat juga semestinya,tak terbilang bilangan satah-satah yang melalui titik yang mengandungi sebarang dari 3 paksi-paksi utama,tetapi ia boleh ditunjukkan bahawa satah-satah tersebut dipersembahkan oleh kawasan berbayang/berlorek di antara bulatan-bulatan

Walaubagaimanapun biasanya secara praktik tegasan tegangan maksimum dan tegasan ricih maksimumakan membawa kegagalan elastik bahan-bahan

Ini boleh ditunjukkan dari bulatan yang lebih besar dari 3 bulatan-bulatan yagn mana kemudiannya diistilahkan sebagai bulatan prinsipal/utama



(a) $\tau_{mak} = \tau_3 = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)$