

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1996/97

April 1997

DTM 172 - Kalkulus

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT soalan di dalam DUA halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

1. (a) (i) Nilaikan $\lim_{x \rightarrow \infty} x - \sqrt{x^2 - 1}$ jika had ini wujud.
- (ii) Diberi $f(x) = \begin{cases} 1-x, & x < 0 \\ 2, & x \geq 0 \end{cases}$. Di manakah $f(x)$ tidak selanjat? Berikan alasan anda.
- (b) Bezakan fungsi-fungsi berikut terhadap x
- (i) $y = \cos 2x \cdot \sin^{-1} x^2$ (ii) $y = \ln \left[\frac{(x^2 + 1) \sqrt[3]{x-2}}{(x^3 + x)^4} \right]$
- (iii) $y = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$ (iv) $x^2 + 2y + e^{2y} + y^2 = 5$
- (c) Diberi $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Cari nilai a, b, c dan d jika graf f mempunyai nilai maksimum 2 pada $x = -1$ dan nilai minimum -1 pada $x = 1$. [100/100]
2. (a) (i) Rintangan suatu perintang yang berubah dengan perubahan suhu diberi oleh $R = 3.5 + 0.002T^2$ ohm, T ialah suhu dalam $^{\circ}\text{C}$. Berapakah ralat relatif hampiran rintangan pada suhu 60° yang diukur dengan ralat $\pm 1^{\circ}\text{C}$?
- (ii) Tanpa menggunakan buku sifir atau mesin kira, cari nilai hampir kos 61° .
- (b) Seorang pekerja mengepam minyak petrol ke dalam suatu tangki selinder berjejari 3 meter. Isipadu minyak bertambah dengan kadar $0.2 \text{ meter}^3/\text{minit}$. Berapakah kadar pertambahan tinggi minyak dalam tangki tersebut?

...2/-

- (c) Andaikan $f(x) = x^n$ di mana $n > 1$ adalah integer.
- (i) Tunjukkan bahawa titik (0,0) adalah titik minimum jika dan hanya jika n genap.
 - (ii) Tunjukkan bahawa titik (0,0) adalah titik lengkok balas jika dan hanya jika n ganjil.

[100/100]

3. (a) Nilaikan setiap kamiran berikut.

- (i) $\int (1 + e^{-x})^2 dx$
- (ii) $\int x^2 \tan^{-1} x dx$
- (iii) $\int \frac{1}{x \ln x} dx$
- (iv) $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{1+x^2}}$

(b) Sebiji mangkuk yang berbentuk hemisfera dengan jejari a mengandungi cecair sedalam h unit. Cari isipadu cecair ini dengan kaedah kamiran.
[Petunjuk: Gunakan persamaan bulatan yang berpusat di titik $(0, a)$, $a > 0$].

(c) A ialah kawasan yang dibatasi oleh paksi- x , graf $y = \cos x$, garis $x = 0$ dan $x = \pi/3$. Cari isipadu bongkah kisan terhadap paksi- x .

[100/100]

4. (a) (i) Jika $z = 2 - i$ tuliskan dalam bentuk $x + yi$, nombor-nombor kompleks $(z + iz)^2$ dan $\left(\frac{z-2i}{2+z^2}\right)$.

(ii) Nyatakan $1 + \sqrt{3}i$ dalam bentuk kutub, seterusnya nilaikan $(1 + \sqrt{3}i)^{100}$.

(b) Cari punca-punca bagi persamaan $z^3 + 27 = 0$.

(c) Diberi z suatu nombor kompleks yang berkeadaan $|z + 2i| = |z - 1|$. Lukiskan pada gambarajah Argand lokus titik P yang mewakili nombor kompleks z ini.

[100/100]