

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1995/96

Oktober/November 1995

ZCT 210 - Analisis Kompleks dan Persamaan Pembezaan

Masa : [3 jam]

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab kesemua ENAM soalan. Kesemuanya wajib dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1.(a) Selesaikan persamaan berikut:

$$y \, dx + (3x - xy + 2)dy = 0$$

(60/100)

(b) Katakan bahawa kadar reputan nuclei radioaktif adalah berkadaran dengan bilangan nuclei yang ada dalam satu contoh (sampel). Dalam satu contoh yang diberi, 10% daripada bilangan asal nuclei radioaktif telah reput dalam masa 200 tahun.

[i] Apakah peratus nuclei radioaktif yang tertinggal daripada bilangan asal setelah 1000 tahun berlalu?

[ii] Dalam masa berapa tahunkah $\frac{1}{4}$ bilangan asal yang tinggal?

(40/100)

2.(a) Carikan penyelesaian am bagi persamaan pembezaan berikut:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 6\frac{dy}{dx} + 9y = \frac{e^{-3x}}{x^3}$$

(40/100)

(b) Selesaikan masalah nilai awal berikut dengan anggapan $x > 0$;

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 2x \frac{dy}{dx} - 6y = 10x^2$$

$$y(1) = 1$$

$$y'(1) = -6$$

(60/100)

....2

3. Carikan penyelesaian siri kuasa dalam kuasa $(x-1)$ bagi persamaan pembezaan berikut:

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0 \quad (100/100)$$

- 4.(a) Carikan satu nilai bagi arg z apabila

$$z = \frac{-2}{1 + \sqrt{3}i} \quad (30/100)$$

- (b) Tentukan di mana $f'(z)$ wujud dan carikan nilainya jika

[i] $f(z) = \frac{1}{z}$

[ii] $f(z) = x^2 + iy^2$

[iii] $f(z) = z \operatorname{Im} z$

(70/100)

- 5.(a) C ialah lengkung dari $z = -1 - i$ ke $z = 1 + i$ melalui kurva $y = x^3$ dan

$$f(z) = \begin{cases} 4y & \text{apabila } y > 0 \\ 1 & \text{apabila } y < 0 \end{cases}$$

Carikan nilai $\int_C f(z) dz$ (50/100)

- (b) Katakan C ialah bulatan berjejari 2, berpusat di asalan O dan berorientasi positif. Tentukan

[i] $\int_C \frac{\sin \pi z}{z-1} dz$

[ii] $\int_C \frac{e^z}{z^3} dz$

[iii] $\int_C \cos z dz$

(50/100)

6.(a) Tentukan $\int_{\Gamma} \frac{z}{(z+2)(z-1)} dx$ di mana Γ adalah bulatan $|z| = 4$ dilintasi 2 kali arah jam. (50/100)

(b) Kirakan $\int_C \frac{\cot z}{z^2} dz$, di mana C ialah bulatan positif unit (jejari = 1) dengan mencari sebutan-sebutan bagi siri Laurent. (50/100)

- oooOooo -

-3-

(a) Tentukan $\int \frac{1}{(x+3)(x-1)} dx$ dengan cara I belah belahan $\frac{1}{(x+3)(x-1)} = \frac{A}{x+3} + \frac{B}{x-1}$ dan tentukan A dan B.

(20100)

(b) Tentukan $\int \frac{1}{x^2} dx$ dengan cara II belah belahan $\frac{1}{x^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2}$ dan tentukan A dan B.

(20100)

-ooooo-

20. Tentukan turunan pertama dari $y = x^2 + 3x - 5$ terhadap x .

(20100)

21. Tentukan turunan pertama dari $y = \sin x + \cos x$ terhadap x .

(20100)

22. Ciri-ciri turunan dari $y = x^2 + 3x - 5$ dan $y = \sin x + \cos x$ adalah $y' = 2x + 3$ dan $y' = \cos x - \sin x$.

(20100)

23. Turunan pertama dari $y = x^2 + 3x - 5$ dan $y = \sin x + \cos x$ adalah $y' = 2x + 3$ dan $y' = \cos x - \sin x$.

(20100)

24. Turunan pertama dari $y = x^2 + 3x - 5$ dan $y = \sin x + \cos x$ adalah $y' = 2x + 3$ dan $y' = \cos x - \sin x$.

(20100)

25. Turunan pertama dari $y = x^2 + 3x - 5$ dan $y = \sin x + \cos x$ adalah $y' = 2x + 3$ dan $y' = \cos x - \sin x$.

(20100)