

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1990/91

Mac/April 1991

JAZ 241 Kaedah Matematik I/Kerelatifan

Masa : [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

- Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LIMA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.
- Jawab SEMUA soalan. Setiap soalan bernilai 100 markah dan markah subsoalan diperlihatkan di penghujung subsoalan itu.
- Setiap jawapan mesti dijawab di dalam buku jawapan yang disediakan.
- Alat pengira elektronik boleh digunakan.

1. (a) Pemandu sebuah roket A, yang bergerak dengan laju $0.8c$ relatif dengan bumi, memperhatikan sebuah roket B yang bergerak terhadapnya dari depan (iaitu ke arah berlawanan) dengan laju $0.7c$, berapakah laju roket B menurut pemerhati di bumi?

(30 markah)

- (b) Seorang pemerhati P memerhatikan dua peristiwa A dan B yang terpisah sejauh 600 m disepanjang paksi x , dan pada selang masa 10^{-6} s . Berapakah halaju seorang pemerhati P' yang akan mendapati bahawa dua peristiwa A dan B itu adalah serentak?

(35 markah)

- (c) Anggapkan bahawa jarak gelombang maksimum yang dapat dikesan oleh mata manusia ialah 650 nm . Berapa cepatkah mesti sebuah roket bergerak supaya cahaya hijau ($\lambda = 500\text{ nm}$) yang dipancarkan dari roket itu tidak dapat dilihat oleh seorang pemerhati di bumi?

(35 markah)

2. (a) Tunjukkan bahawa laju v suatu zarah yang tenaga kinetiknya K dan tenaga rehatnya E_0 dinyatakan dengan

$$v = \left[1 - \frac{E_0^2}{(E_0 + K)^2} \right]^{\frac{1}{2}} c$$

(50 markah)

(b) Tunjukkan bahawa

$$\oint_c e^{-z} dz = 0$$

jika c ialah suatu bulatan $|z| = 5$.

(50 markah)

3. (a) Nilaikan kamiran

$$\oint_c \frac{z^2 + 4}{z^3 + 2z^2 + 2z} dz$$

kalau c ialah suatu bulatan $|z| = 4$.

(50 markah)

(b) Dapatkan siri Laurent bagi fungsi

$$f(z) = \frac{e^z}{(z - 1)^2}$$

di sekitar $z = 1$. Tentukan pula rantau penumpuan. Dengan menggunakan siri ini, nilaikan kamiran

$$\oint_c \frac{e^z}{(z - 1)^2} dz$$

(50 markah)

4. (a) Koordinat kutub satah (r, θ) dihubungkan dengan koordinat de Cartes melalui hubungan

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

Nyatakan ∇u dalam koordinat kutub satah ini bagi suatu fungsi skalar u .

Nyatakan pula persamaan Cauchy-Riemann dalam koordinat kutub satah ini.

(50 markah)

- (b) Nyatakan teorem kecapahan Gauss, dan menggunakannya untuk menilaikan kamiran berikut:

$$\iiint_S (x \, dy \, dz + 2y \, dx \, dz + y^2 \, dx \, dy)$$

di mana s ialah suatu sfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

(50 markah)

5. (a) Tentukan kerja yang dilakukan dengan membawa suatu zarah di dalam suatu medan $\vec{F} = 3xy\vec{i} - 5z\vec{j} + 10x\vec{k}$ di sepanjang lengkung $x = t^2, y = 2t^2, z = t^3$ dari $t = 1$ ke $t = 2$.

(50 markah)

- (b) Nilaikan kamiran permukaan

$$\iint_s x(12y - y^4 + z^2) \, dA$$

di mana s adalah permukaan $z = y^2, 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$.

(50 markah)

oooooooooooo

