

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua  
Sidang 1990/91

Mac/April 1991

JAM 122 Matriks Dan Penentu

Masa: [ 2 jam ]

---

ARAHAN KEPADA CALON:

- Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LIMA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.
  - Jawab SEMUA soalan. Setiap soalan bernilai 100 markah dan markah subsoalan diperlihatkan di penghujung subsoalan itu.
  - Setiap jawapan mesti dijawab di dalam buku jawapan yang disediakan.
  - Alat pengira elektronik boleh digunakan.
-

1. (a) Jika  $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{5}{4} \\ -1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ ,

(i) tunjukkan bahawa  $A^{-1} = A^3$ .

(ii) cari  $A^{15}$ .

(20 markah)

- (b) Sekiranya sistem persamaan berikut mempunyai penyelesaian yang unik, tunjukkan bahawa  $abc \neq 0$ . Kemudian cari nilai  $x$ ,  $y$  dan  $z$  dengan menggunakan Petua Cramer.

$$\begin{aligned} bx + ay &= c \\ cx + az &= b \\ cy + bz &= a \end{aligned}$$

(40 markah)

- (c) Bagi Matriks Baris Permulaan  $E_j^i$  dan  $E_j^i(k)$ , tunjukkan bahawa

(i)  $(E_j^i)^n = \begin{cases} E_j^i & \text{jika } n \text{ ganjil} \\ I & \text{jika } n \text{ genap} \end{cases}$

(ii)  $(E_j^i(k))^n = E_j^i(kn)$

(40 markah)

2. (a) Cari nilai-nilai  $k$  supaya sistem persamaan berikut

- (i) mempunyai penyelesaian yang tak terhingga banyaknya.

- (ii) tak konsisten.

$$\begin{aligned} s + t - u &= 1 \\ 2s + 3t + ku &= 3 \\ s + kt + 3u &= 2 \end{aligned}$$

(30 markah)

(b) Katakan  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Tuliskan  $A$  dan  $A^{-1}$  sebagai hasil darab Matriks Baris Permulaan (MBP).

(30 markah)

(c) Tunjukkan bahawa

$$\begin{vmatrix} b+c & c+a & a+b \\ b_1+c_1 & c_1+a_1 & a_1+b_1 \\ b_2+c_2 & c_2+a_2 & a_2+b_2 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} a & b & c \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

(40 markah)

3. (a) Jika

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 5,$$

Cari

(i)  $\begin{vmatrix} -a & -b & -c \\ 2d & 2e & 2f \\ -g & -h & -i \end{vmatrix}$

(ii)  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d-3a & e-3b & f-3c \\ 2g & 2h & 2i \end{vmatrix}$

(20 markah)

(b) Katakan  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Cari

(i)  $\text{adj } A$

(ii)  $A^{-1}$

(iii)  $|A|$

(iv)  $E_2\left(\frac{1}{2}\right)E_2^1(-1)A$

(v)  $|\text{adj } 2A|$

(50 markah)

(c) Buktikan bahawa A tak singular jika dan hanya jika  $|A| \neq 0$ .

(30 markah)

4. (a) Katakan A dan B adalah matriks  $n \times n$ . Tunjukkan bahawa jika A tak singular, maka

$$|B| = |A^{-1}BA|$$

(30 markah)

(b) Jika

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix},$$

cari semua penyelesaian bagi  $AX = \tilde{O}$  dengan kaedah penurunan baris.

(30 markah)

- (c) Dapatkan nilai eigen dan vektor eigen yang bersepadan bagi setiap matriks berikut:

(i)  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

(ii)  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$

(40 markah)

oooooooooooo

