

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1990/91

Mac/April 1991

JAM 111 Kalkulus I

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

- Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TUJUH muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.
- Jawab mana-mana LIMA soalan. Setiap soalan bernilai 100 markah dan markah subsoalan diperlihatkan di penghujung subsoalan itu.
- Setiap jawapan mesti dijawab di dalam buku jawapan yang disediakan.
- Alat pengira elektronik boleh digunakan.

1. (a) Selesaikan

$$\frac{1}{|x - 4|} < \frac{1}{|x + 7|}.$$

(30 markah)

(b) Cari panjang bagi lengkungan

$$y = \frac{1}{2} (e^x + e^{-x})$$

di antara $x = -1$ dan $x = 1$.

(35 markah)

(c) Tunjukkan bahawa persamaan

$$x^2 - y^2 - 4x + 8y - 21 = 0$$

mewakili suatu hiperbola.

Lakarkan hiperbola ini dan tunjukkan kedudukan fokus, bucu dan asimptot.

(25 markah)

(d) Terangkan kenapa kita tidak boleh menganggap $\frac{0}{0}$ sebagai suatu nombor nyata?

(10 markah)

2. (a) Nilaikan had berikut jika wujud

(i) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\left(\frac{1}{x}\right) - 1}{x - 1}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$

(iii) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$, jika $f(x) = \begin{cases} x & , x \leq 1 \\ 2 - \frac{1}{x-1} & , x > 1 \end{cases}$

(30 markah)

(b) Tuliskan fungsi

$$f(x) = \frac{1}{a^2 - x^2}$$

dalam bentuk pecahan separa. Dengan itu tunjukkan bahawa

$$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left(\frac{a + x}{a - x} \right) + C.$$

Seterusnya, cari

$$\int \frac{1}{3 + 6x - x^2} dx.$$

(45 markah)

(c) Tunjukkan bahawa persamaan garis tangen ke hiperbola $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$ pada titik $P(x_1, y_1)$ ialah $b^2xx_1 - a^2yy_1 = a^2b^2$.

(25 markah)

3. (a) Apakah yang dimaksudkan dengan fungsi $f(x)$ selanjur pada $x = c$?
Tentukan nilai pemalar k supaya fungsi

$$f(x) = \begin{cases} kx + 1, & x \leq 3 \\ kx^2 - 1, & x > 3 \end{cases}$$

adalah selanjur pada $(-\infty, \infty)$.

(30 markah)

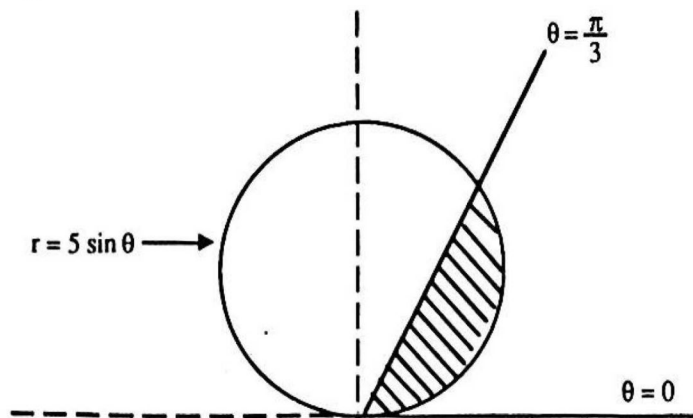
- (b) Cari titik maksimum bagi lengkungan

$$y = \frac{1}{x^2 + 2x + 4}$$

dan tunjukkan bahawa terdapat titik-titik lengkung balas pada $(0, \frac{1}{4})$ dan $(-2, \frac{1}{4})$.

(40 markah)

- (c) Cari luas rantau yang dilorek yang dibatasi oleh $r = 5 \sin \theta$, $\theta = 0$ dan $\theta = \frac{\pi}{3}$.



(30 markah)

4. (a) Selesaikan

(i) $\int_0^1 x(2 + e^{-x^2}) dx$

(ii) $\int x \ln \sqrt{x} dx$

(iii) $\int \cos(\ln x) dx$

(35 markah)

(b) Selesaikan persamaan pembezaan

$$\frac{dy}{dx} = xe^{(y-x^2)}$$

jika diberi $y(0) = 0$.

(25 markah)

(c) Buktikan bahawa jika a, b, c, d adalah pemalar positif dan $bc > ad$, maka fungsi f yang diberi oleh

$$f(x) = \frac{a \cos x + b \sin x}{c \cos x + d \sin x}$$

menokok pada keseluruhan julat dari $x = 0$ ke $x = \frac{\pi}{2}$.

Apa akan berlaku jika

(i) $bc < ad$?

(ii) $bc = ad$?

(40 markah)

5. (a) Tunjukkan persamaan pembezaan

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y(x + y)}{x(y - x)}$$

adalah homogen dan dapatkan penyelesaian amnya.

(35 markah)

- (b) Selesaikan

$$x(x - 1) \frac{dy}{dx} + y = (x + 1)$$

(35 markah)

- (c) Dengan menggunakan penggantian $z = x - y$, selesaikan

$$\frac{dy}{dx} = (x - y)^2$$

(30 markah)

6. (a) Dengan menggunakan penggantian $y = x + 1$, atau cara lain, nilaikan

$$\int_{-1}^2 \frac{3}{x^2 + 2x + 10} dx$$

(30 markah)

- (b) Tunjukkan bahawa persamaan

$$(3xy + y^2) + (x^2 + xy) \frac{dy}{dx} = 0$$

tidak tepat. Cari faktor pengkamir dan selesaikan.

(40 markah)

- (c) Andaikan $0 < a < b$, dan katakan h ditakrifkan oleh

$$\frac{1}{h} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

Tunjukkan bahawa $a < h < b$.

(30 markah)

ooooo0ooooo

